

Zbigniew POPEK

Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska SGGW
Department of Hydraulic Engineering and Environmental Recultivation WULS

Weryfikacja wybranych wzorów empirycznych do określania średniej prędkości przepływu w warunkach małej rzeki nizinnej

Verification of the select empirical formulas for average flow velocity determination in the small lowland river conditions

Słowa kluczowe: mała rzeka nizinna, średnia prędkość przepływu, wzory empiryczne
Key words: small lowland river, average flow velocity, empirical formulas

Wprowadzenie

Średnia prędkość przepływu wody jest jednym z podstawowych parametrów, koniecznych do określenia szeregu charakterystyk hydraulicznych koryta rzeczno, takich jak: przepustowość koryta, układ zwierciadła wody, natężenie transportu rumowiska. W przypadku niedostatecznej liczby wyników pomiarów prędkości w pełnym zakresie zmienności warunków przepływu lub braku danych z pomiarów bezpośrednich do określenia charakterystyk przepływu w rozpatrywanym przekroju poprzecznym rzeki niezbędne jest stosowanie wzorów empirycznych. Tradycyjnie stosowane formuły Chezy'ego i Manninga

na średnią prędkość przepływu dają tylko wtedy poprawne wyniki, gdy w sposób wiarygodny określono opory przepływu i ich zmienność, co nie jest prostym zadaniem, zwłaszcza w przypadku naturalnych koryt rzecznych, charakteryzujących się dużym zróżnicowaniem warunków przepływu.

W pracy przedstawiono wyniki pomiarów hydrometrycznych wykonanych w naturalnym korycie rzeki Zagożdżonki, w przekroju położonym około 200 m powyżej wodowskazu Czarna, zlokalizowanego na terenie zlewni badawczej Katedry Inżynierii i Rekultywacji Środowiska SGGW. Średnią prędkość przepływu, określoną na podstawie pomiarów hydrometrycznych, porównano z wynikami uzyskanymi z kilku wybranych formuł empirycznych, które w warunkach rzeki Zagożdżonki dawały najlepsze wyniki.

Wyniki pomiarów i ich analiza

Pomiary hydrometryczne wykonywano w stałym przekroju poprzecznym o szerokości dna 1,75 m, maksymalnej głębokości koryta około 0,7 m i średnim nachyleniu skarp od 1 : 0,5 do 1 : 1. W korycie odbywa się ruch piaszczystego rumowiska wlezonego, które tworzy na dnie formy denne o zmiennych wymiarach, zależnych od istniejących warunków przepływu. Wyniki przeprowadzonych pomiarów hydrometrycznych (tab. 1) obejmują pełen zakres zmienności przepływów, tj. od minimalnych do

maksymalnych, zbliżonych do przepływu brzegowego.

Szeroki zakres pomiarów pozwolił na określenie zmienności oporów przepływu i spadku hydraulicznego w zależności od natężenia przepływu. Na rysunku 1 przedstawiono wykres zależności między natężeniem przepływu (Q) a współczynnikiem szorstkości Manninga (n), wyznaczonym dla przekroju poprzecznego koryta. Największa zmienność wartości n występuje w obszarze przepływów mniejszych od średniego rocznego, który w latach 1999–2001 wynosił $SQ = 0,084 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

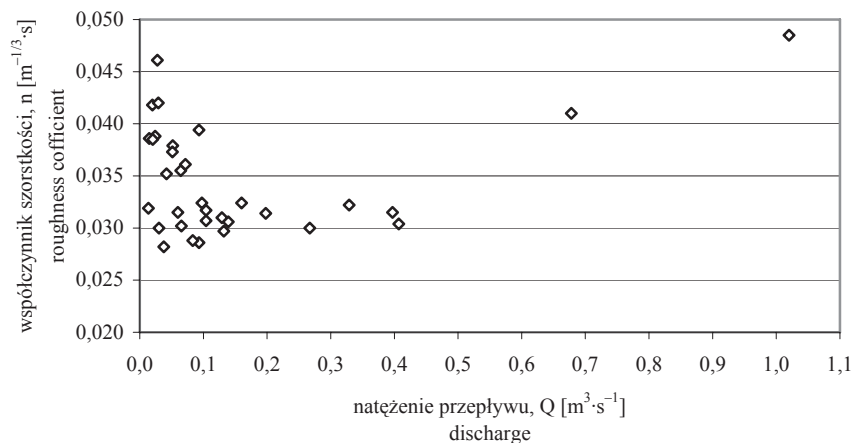
TABELA 1. Wyniki pomiarów hydrometrycznych w przekroju poprzecznym rzeki Zagożdżonki (Transport... 2002)

TABLE 1. Results of hydraulic measurements in cross-section of the Zagożdżonka River (Transport... 2002)

Data pomiaru Date of measurement	Średnia głębokość wody h [m] Mean water depth	Natężenie przepływu Q [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] Discharge	Prędkość średnia V [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] Mean velocity	Promień hydrauliczny R [m] Hydraulic radius	Spadek hydrauliczny J [%] Hydraulic slope	Współczynnik szorstkości n [$\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s}$] Roughness coefficient
1	2	3	4	5	6	7
21.04.99	0,551	1,0200	0,514	0,410	2,04	0,0485
10.06.99	0,076	0,0242	0,182	0,069	1,76	0,0388
23.05.00	0,089	0,0302	0,194	0,081	0,96	0,0300
12.06.00	0,055	0,0137	0,143	0,053	1,05	0,0319
20.06.00	0,062	0,0149	0,139	0,058	1,30	0,0386
17.07.00	0,093	0,0377	0,230	0,086	1,11	0,0282
01.08.00	0,136	0,0598	0,277	0,119	1,30	0,0315
08.02.01	0,169	0,0976	0,288	0,149	1,10	0,0324
05.03.01	0,219	0,1390	0,321	0,187	0,90	0,0306
11.04.01	0,219	0,1320	0,322	0,185	0,87	0,0297
18.04.01	0,321	0,0931	0,304	0,175	0,77	0,0286
23.04.01	0,325	0,4070	0,469	0,303	1,00	0,0304
26.04.01	0,137	0,3290	0,439	0,294	1,02	0,0322
04.05.01	0,123	0,0832	0,328	0,123	1,46	0,0288
08.05.01	0,082	0,0644	0,267	0,116	1,62	0,0355
06.06.01	0,095	0,0198	0,127	0,075	0,89	0,0418
12.06.01	0,099	0,0277	0,162	0,085	1,50	0,0461

TABELA 1, cd. / TABLE 1, cont.

1	2	3	4	5	6	7
20.06.01	0,075	0,0420	0,235	0,092	1,56	0,0352
12.07.01	0,088	0,0203	0,146	0,072	1,05	0,0385
21.07.01	0,230	0,0291	0,173	0,088	1,48	0,0420
22.07.01	0,125	0,1600	0,317	0,204	0,88	0,0324
23.07.01	0,259	0,0518	0,203	0,116	1,05	0,0379
24.07.01	0,193	0,1980	0,344	0,226	0,85	0,0314
28.07.01	0,189	0,1040	0,287	0,170	0,88	0,0317
01.08.01	0,151	0,1290	0,319	0,179	0,97	0,0310
10.08.01	0,334	0,0717	0,248	0,130	1,22	0,0361
10.08.01	0,376	0,3970	0,475	0,297	1,20	0,0315
10.08.01	0,169	0,6780	0,501	0,368	1,60	0,0410
14.08.01	0,178	0,1040	0,308	0,152	1,10	0,0307
04.10.01	0,162	0,0655	0,199	0,146	0,45	0,0302
09.01.02	0,144	0,0514	0,199	0,126	0,87	0,0373
12.02.02	0,293	0,2670	0,379	0,255	0,80	0,0300
19.02.02	0,199	0,0931	0,234	0,175	0,87	0,0394

RYSUNEK 1. Zmienność współczynnika szorstkości (n) dla całego przekroju poprzecznego koryta przy różnym natężeniu przepływu (Q)FIGURE 1. Variability of the roughness coefficient (n) for all river-bed cross-section at different discharge (Q)

Zmienność ta wynika głównie z ukształtowania dna, na którego powierzchni występują formy denne, zróżnicowane pod względem kształtu i wymiarów (Karim 1999).

Jeżeli bezpośrednio przed wykonaniem pomiaru przepływu wystąpiło więk-

sze wezbranie, wówczas na powierzchni dna tworzą się fałdy (ze zmarszczkami lub bez nich), tj. stosunkowo duże formy denne, które powodują powstawanie dużych oporów na dnie – tym większych, im mniejsze jest zmierzone natężenie przepływu (Q).

W obszarze przepływów niskich natężenie transportu rumowiska wleczonego jest minimalne i odbywa się w postaci ruchu pojedynczych ziaren piasku. Jeżeli takie warunki przepływu są długotrwałe, wówczas stopniowo formy denne ulegają „spłaszczeniu”, co wpływa na zmniejszenie się oporów dna.

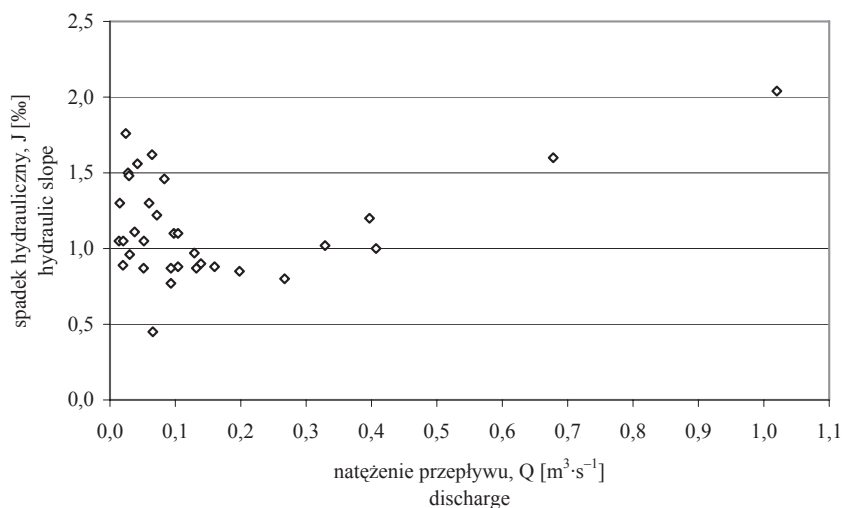
Najmniejsza szorstkość koryta ($n \approx 0,031 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$) występuje w zakresie przepływów od SQ do $\sim 5SQ$ – w takich warunkach intensywność wleczenia jest umiarkowana, powierzchnia dna jest bardziej wyrównana, ponieważ ruch rumowiska odbywa się w postaci stosunkowo niewielkich form dennych, jakimi są zmarszczki (wysokość 2–4 cm, długość 20–30 cm). Przy dalszym wzroście natężenia przepływu wartość współczynnika szorstkości koryta wzrasta, co wynika zarówno z pofałdowania dna, jak i większego oddziaływania skarp koryta.

Na rysunku 2 przedstawiono wykres zmienności spadku hydraulicznego (J) przy różnym natężeniu przepływu (Q).

Porównując wykresy pokazane na rysunkach 1 i 2, widać wyraźną zgodność zmian współczynnika szorstkości (n) i spadku hydraulicznego (J). Stwierdzenie to jest oczywiste, ponieważ spadek hydrauliczny wyraża jednostkową stratę energii strumienia na pokonanie oporów przepływu. Tym niemniej warto ten fakt podkreślić, gdyż przy prędkościach przepływu mniejszych niż $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ można przyjmować, że spadek hydrauliczny jest równy spadkowi zwierciadła wody, który można bezpośrednio zmierzyć w terenie, natomiast opory przepływu są parametrem niemierzalnym.

Wzory empiryczne na średnią prędkość przepływu

W obliczeniach średniej prędkości przepływu, $V [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$, w przekroju poprzecznym koryta wykorzystano następujące wzory:



RYSUNEK 2. Zmienność spadku hydraulicznego (J) przy różnym natężeniu przepływu (Q)
 FIGURE 2. Variability of the hydraulic slope (J) at different discharge (Q)

- Chezy'ego

$$V = C\sqrt{RJ} \quad (1)$$

$$x_2 = \frac{-0,075 - 0,103(B/h)}{2,15 + 0,206(B/h)} \quad (6)$$

- Manninga

$$V = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} J^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$x_3 = \frac{-0,0338 - 0,0188(B/h)}{1,55 + 0,0282(B/h)} \quad (7)$$

w których:

C – współczynnik prędkości [$\text{m}^{1/2} \cdot \text{s}^{-1}$],
 n – współczynnik szorstkości [$\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s}$],
 R – promień hydrauliczny [m],
 J – spadek hydrauliczny [-].

Do określenia wartości współczynnika prędkości (C) wykorzystano następujące wzory empiryczne:

- Altšula (Dąbkowski 1989)

$$C = \frac{14,8}{J^{\frac{1}{6}}} - 26 \quad (3)$$

- Ajvazjana (Żelazo 1992)

$$\frac{8g}{C^2} = 0,02 + 106J \quad (4)$$

Wartości współczynnika szorstkości (n) do wzoru Manninga (2) obliczają z zależności określonej przez Żelazo (1992):

$$n = \frac{0,015 + 0,00815(B/h)}{h^{x_3} J^{x_2} B^{0,085} d^{0,15}} \quad (5)$$

w której:

B – szerokość zwierciadła wody [m],
 h – średnia głębokość wody [m],
 d – średnica materiału dennego [m],
 x_2 i x_3 – współczynniki, których wartości oblicza się ze wzorów:

W obliczeniach porównawczych wykorzystano również zależność Dąbkowskiego (1989) na średnią głębokość wody (h) w korytach piaszczystych:

$$h = 1,0683Q^{0,6386} B^{-0,6629} d_{50}^{-0,1313} J^{-0,1202} v^{0,1318} \sigma_g^{0,118} s^{0,3063} \quad (8)$$

w której, poza wcześniej wyjaśnionymi oznaczeniami, występują:

v – kinematyczny współczynnik lepkości wody [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$],
 σ_g – odchylenie standardowe krzywej przesiewu materiału dennego [-]

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{d_{84}}{d_{16}}} \quad (9)$$

gdzie d_{84} i d_{16} – zastępcze średnice ziaren materiału dennego, które wraz ziazkami mniejszymi stanowią odpowiednio 84 i 16% wagi próbki,
 s – względna gęstość właściwa materiału dennego [-]

$$s = \frac{\rho_s}{\rho_w} \quad (10)$$

gdzie ρ_s i ρ_w – gęstość właściwa, odpowiednio materiału dennego i wody [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$].

Przyjmując $Q = VhB$ oraz $s = 2,65$, po odpowiednich przekształceniach z równania (9) można otrzymać następującą zależność na średnią prędkość przepływu:

$$V = 0,7197h^{0,5659}B^{0,038}d_{50}^{0,2056}J^{0,1882}v^{-0,2064}\sigma_g^{-0,1848} \quad (11)$$

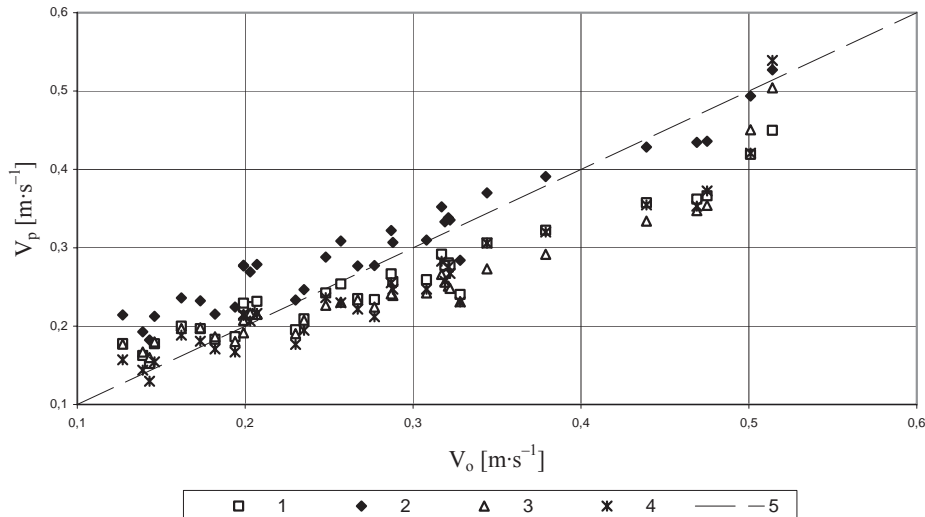
W obliczeniach średniej prędkości przepływu jako wartości stałe przyjęto $d_{50} = 0,41 \cdot 10^3$ m oraz $\sigma_g = 1,6$. Określone na podstawie pomiarów wartości pozostałych parametrów, których nie wymieniono w tabeli 1, miały następujący zakres zmienności: $B = 1,8\text{--}5,1$ m, $B/h = 7,7\text{--}31,0$, temperatura wody $T = 3,2\text{--}18^\circ\text{C}$ (do określenia wartości kinematycznego współczynnika lepkości wody, ν).

Na wykresie (rys. 3) porównano średnie prędkości (V_p) – określono na

podstawie pomiarów hydrometrycznych, z wartościami obliczonymi (V_o). Z położenia punktów na wykresie wynika, że żaden z analizowanych wzorów empirycznych nie oddaje w pełni zmienności oporów i średniej prędkości przepływu występujących w warunkach naturalnego koryta rzeki Zagożdżonki. W celu określenia stopnia zgodności średnich prędkości (V_p), określonych na podstawie wyniku pomiarów hydrometrycznych, z prędkościami V_o – obliczonymi według zależności empirycznych, obliczono średni błąd względny, MRE [%], wyrażony następującą zależnością (Karim 1999):

$$MRE = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|V_o - V_p|}{V_p} \quad (12)$$

gdzie N – liczba pomiarów.



RYSUNEK 3. Porównanie średnich prędkości przepływu określonych według pomiarów (V_p) z obliczonymi (V_o) według wzorów: 1 – Chezy'ego (1) i Altšula (3), 2 – Chezy'ego (1) i Ajvazjana (4), 3 – Manninga (2) i Źelazo (5), 4 – Dąbkowskiego (11), 5 – linia zgodności

FIGURE 3. Comparison of the average flow velocities estimated on measurements (V_p) and calculated (V_o) by using formulas: 1 – Chezy (1) and Altšul (3), 2 – Chezy (1) and Ajvazjan (4), 3 – Manning (2) and Źelazo (5), 4 – Dąbkowski (11), 5 – line of the best fit

Wartości MRE dla analizowanych sposobów obliczania średniej prędkości przepływu zestawiono w tabeli 2.

TABELA 2. Średni błąd względny (*MRE*) dla średnich prędkości przepływu w przekroju poprzecznym rzeki Zagożdżonki ustalonych z pomiarów i formuł empirycznych
TABLE 2. The mean relative error (*MRE*) for average flow velocities in the Zagożdżonka River estimated on measurements and on empirical formulas

Lp. No	Zależności empiryczne Empirical formulas	MRE [%]
1	Wzór Chezy'ego (1) i Altšula (3)	14,0
2	Wzór Chezy'ego (1) i Ajvazjana (4)	17,5
3	Wzór Manninga (2) i Żelazo (5)	17,1
4	Wzór Dąbkowskiego (11)	13,6

Podsumowanie i wnioski

1. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń stwierdzono, że żadna z analizowanych zależności empirycznych nie oddaje w pełni zmienności oporów przepływu, wyznaczonych na podstawie pomiarów hydrometrycznych, wykonanych w małej nizinnej rzece Zagożdżonce, posiadającej naturalne koryto z dnem piaszczystym.
2. Istotnym parametrem, wpływającym na wynik obliczeń prędkości średniej, jest spadek hydrauliczny (spadek zwierciadła wody), którego zmienność jest bezpośrednio związana ze zmiennością oporów przepływu. Z tego względu, przy braku wyników pełnych pomiarów hydrometrycznych, konieczne jest określenie zmienności spadków na podstawie niwelacji zwierciadła wody

w możliwie szerokim zakresie napełnień koryta (natężeń przepływu).

3. Wartości średniego błędu względnego dla prędkości obliczonych według analizowanych zależności empirycznych są porównywalne i wynoszą w granicach $MRE = 13,6 - 17,5\%$. Z wykresu pokazanego na rysunku 3 wynika, że w zakresie średniej prędkości przepływu $V \approx 0,3 - 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ najlepszą zgodność z wartościami pomierzonymi uzyskano dla prędkości obliczonych według wzoru Chezy'ego (1) ze współczynnikiem prędkości C wyznaczonym z formuły Ajvazjana (4). Podany zakres prędkości występuje w obszarze przepływów większych od $SQ = 0,082 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$. Należy jednak podkreślić, że w całym analizowanym zakresie zmienności przepływów średni błąd względny dla prędkości obliczanych według wzoru Chezy'ego i Ajvazjana był największy i wyniósł $MRE = 17,5\%$ (tab. 2).

Literatura

- DĄBKOWSKI Sz.L. 1989: Analiza oporów ruchu wody i kształtowania się średnich głębokości strumieni rzek o dnie piaszczystym. Rozprawy Naukowe i Monografie. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- KARIM F. 1999: Bed-form geometry in sand-bed flows. *Journal of Hydraulic Engineering* 125 (12): 1253–1261.
- Transport rumowiska w czasie wezbrań w małych zlewniach nizinnych, 2002. Raport końcowy projektu badawczego KBN nr P06H 01817 (maszynopis). Red. Z. Popek. Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska SGGW, Warszawa.
- ŻELAZO J. 1992: Badania prędkości i oporów przepływu w naturalnych korytach rzek nizinnych. Rozprawy Naukowe i Monografie. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.

Summary

Verification of the select empirical formulas for average flow velocity determination in the small lowland river conditions. Results of comparison of the average flow velocity in river cross-section, estimated on measurements carried out in the Zagożdżonka River and calculated from empirical formulas, are presented in the paper. Recognized that in case of the small natural river-bed conditions none of analyzed empirical formulas doesn't perfectly fit the flow

resistances variability. The mean relative error estimated for measured and calculated average velocities in the river cross-section are in range $MRE = 13,6-17,5\%$.

Author's address:

Zbigniew Popek
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska
ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa
Poland
e-mail: zbigniew_popek@sggw.pl