

**Małgorzata K. WDOWSKA, Anna WUDZKA**

Katedra Geoinżynierii SGGW  
Department of Geotechnical Engineering WAU

## **Czynniki warunkujące zmienność modułu odkształcenia gruntów spoiстых**

### **Factors subjecting variability of Young's modulus of cohesive soils**

**Słowa kluczowe:** moduł odkształcenia, grunty spoiyste, zakres odkształceń, stan i historia naprężenia

**Key words:** Young's modulus, cohesive soil, strain range, state of stress, stress history

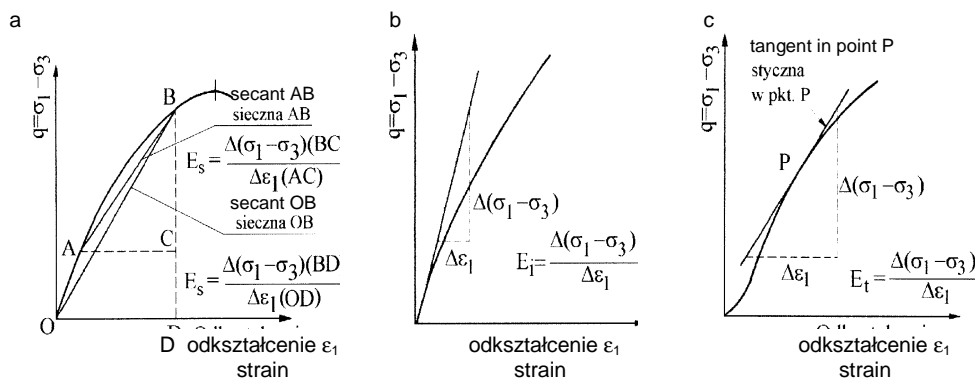
#### **Wprowadzenie**

Stosunkowo dynamicznemu rozwojowi metod obliczeń zachowania się konstrukcji inżynierskich posadowionych na gruntach lub wykonywanych z gruntów nie towarzyszy odpowiedni rozwój bazy eksperymentalnej dla pozyskiwania parametrów geotechnicznych. W tej sytuacji projektanci lub osoby zajmujące się rozwijaniem lub stosowaniem numerycznych metod obliczeniowych traktują parametry gruntowe jako stałe materiałowe, co często w praktyce sprowadza się do bezkrytycznego stosowania Polskiej Normy PN-81/B-03020, dotyczącej posadowień bezpośrednich budowli.

Spośród szerokiej gamy problemów związanych z odkształcalnością grun-

tów podstawowym parametrem materiałowym wykorzystywanym w obliczeniach jest moduł odkształcenia, definiowany jako przyrost różnicy wielkości naprężeń głównych zadawanych podczas ścinania w warunkach możliwości rozszerzalności bocznej ośrodka gruntowego do osiowej wartości odkształcenia pionowego. Ze względu na możliwe zakresy przyrostów naprężenia i odkształcenia można wyróżnić trzy podstawowe rodzaje modułów wykorzystywane przy rozwiązywaniu problemów geotechnicznych, tj. sieczny, początkowy i styczny. Definicje wymienionych modułów odniesione do charakterystyki naprężenie – odkształcenie pokazano odpowiednio na rysunkach 1a, b i c (Head 1986).

Według zaleceń Polskiej Normy PN-81/B-03020 moduł odkształcenia jest wielkością stałą zależną od rodzaju gruntu i jego stanu. W świetle rozwoju metod wyznaczania charakterystyk gruntowych, jakie można znaleźć w zagranicznej literaturze geotechnicz-



RYSUNEK 1. Definicje modułów odkształcenia wykorzystywanych w zagadnieniach geotechnicznych (Head 1986)

FIGURE 1. Definitions of Young's modulus used in geotechnical practice (Head 1986)

nej, dokument ten w dużej mierze stracił na wartości, zwłaszcza w części dotyczącej wartości parametrów odkształceniowych, czyli takich, których zakres zmienności jest bardzo duży i przyjmowanie dowolnych wartości może powodować znaczne błędy.

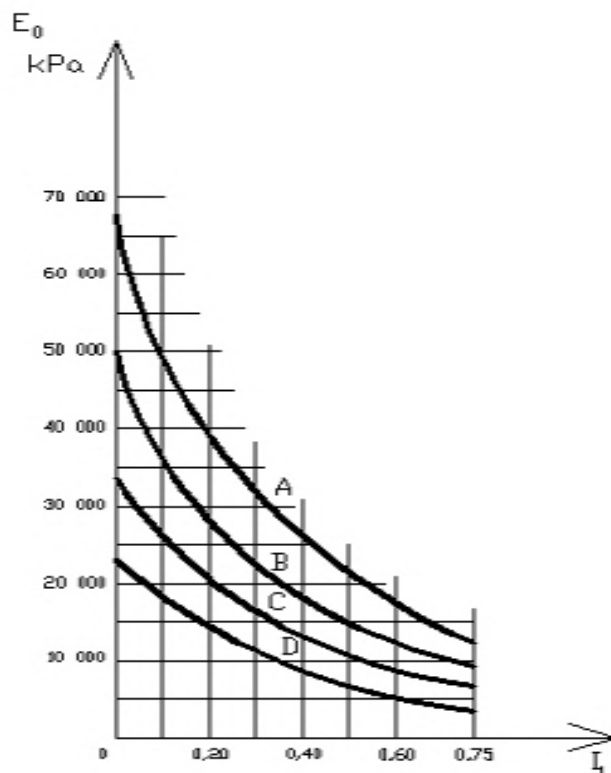
Okazuje się, że istnieje wielka rozbieżność między pomierzonymi i obliczonymi (zgodnie z ww. normą) osiadaniem budowli inżynierskich. Z wielu doświadczeń (np. Gryczmański 2005) wynika, że osiadania obliczone mogą być 3–5 razy większe od pomierzonych. Stosowanie zaleceń obowiązującej normy PN-81/B-03020 wpływa na zawyżanie kosztów planowanej inwestycji, ponieważ dobrane są zbyt niskie parametry odkształceniowe gruntu. Z tego względu istnieje potrzeba obiektywnej oceny parametrów odkształceniowych i analizy czynników je określających.

W artykule przedstawiono znacznie poszerzony zbiór czynników, który określa wielkość modułu i sprawia, że parametr ten powinien być postrzegany jako charakterystyka zależna od wielu

czynników, a nie stała materiałowa. W szczególności dotyczy to zakresu odkształcenia, do jakiego odnosi się moduł, stanu naprężenia oraz jego historii. Zwrócono również uwagę na rolę wskaźnika plastyczności jako parametru umożliwiającego ilościową ocenę parametrów odkształceniowych w różnych gruntach spoistych.

### Aktualna praktyka w zakresie określania modułu odkształcenia

Niezależnie od tego, czy stosuje się zalecenia normy PN-81/B-03020, czy Eurokodu, część problemów geotechnicznych będzie zawsze wykorzystywała związki pomiędzy cechami wiodącymi gruntu a docelowymi parametrami wytrzymałościowymi i odkształceniowymi. W tym kontekście rola tych związków korelacyjnych jest bardzo istotna. Prawdopodobnie ten punkt widzenia leżał u podstaw utworzenia związków korelacyjnych przedstawionych w normie PN-81/B-03020 (rys. 2). Należy jednak zauważyć słabe strony



RYSUNEK 2. Wielkość modułów odkształcenia gruntów spoistych według normy PN-81/B-03020  
 FIGURE 2. Young's modulus of cohesive silos according to Polish Standard PN-81/B-03020

tego podejścia. Rodzaj gruntu spoistego nie jest reprezentowany przez parametr liczbowy, a ukryty jest pod nazwą „symbolu”, który wprowadza niejednoznaczne kryteria podziału grup gruntów spoistych według stopnia konsolidacji. Nomogramy normowe sugerują jednoznacznie, że wielkość modułu odkształcenia jest wielkością stałą w danej grupie gruntów spoistych i zależy jedynie od stopnia plastyczności. W świetle dostępnej literatury geotechnicznej takie podejście jedynie w ograniczonym stopniu opisuje złożoność natury modułu odkształcenia, ponieważ nie uwzględnia tak istotnych czynników mających

wpływ na wielkość modułu, jakimi są zakres odkształceń, do którego odnosi się moduł, oraz stan naprężenia i jego historia. W dalszej części artykułu wpływ ww. czynników zostanie omówiony na przykładach.

### Czynniki określające wartość modułu odkształcenia

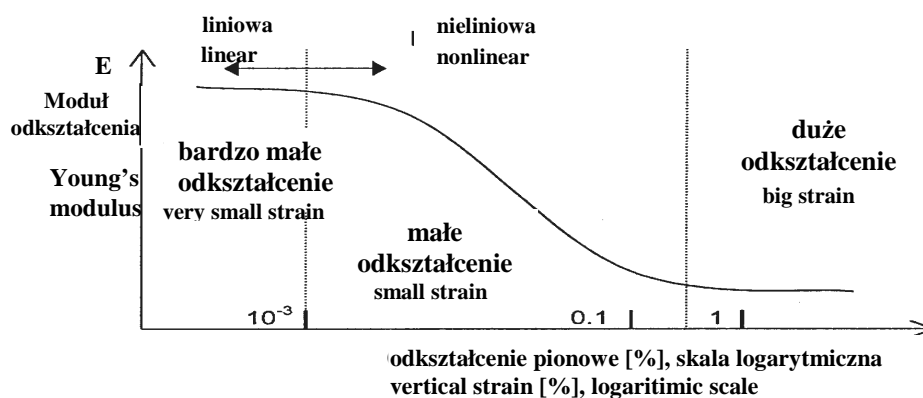
Porównanie wieloletnich obserwacji – monitoringu odkształceń gruntu pracującego pod zadaniem obciążeniem, przeprowadzonych badań terenowych, badań laboratoryjnych, analiz nume-

rycznych – przez wielu niezależnych od siebie badaczy na świecie, pozwoliło na osiągnięcie znaczącego postępu w zrozumieniu zachowania się gruntu w złożonych stanach obciążeń. Jednym z najbardziej istotnych stwierdzeń było to, że projektanci projektowali zbyt konserwatywnie, dobierając zbyt niskie parametry odkształceniowe gruntu. Stwierdzenie tego faktu niesie ze sobą potencjalne korzyści ekonomiczne, dlatego też przyczyniło się do bardzo szybkiego rozwoju metod badawczych, które dążą do bardziej realistycznego określenia zachowania się gruntu w zakresie małych odkształceń. Rozwój technik badań, analizujących rozkład modułu odkształcenia gruntu, umożliwił zauważenie silnej nieliniowości charakterystyki naprężenie-odkształcenie w zakresie małych odkształceń (Jardine i in. 1984) – rysunek 3.

Burland (1989) w swojej pracy zadał bardzo istotne pytanie: „Jaki jest dokładny zakres pojawiających się w gruncie odkształceń w trakcie pracy konstrukcji?” Na podstawie jego doświadczeń oraz innych przykładów

wziętych z literatury (Jardine 1995) wynika, że odkształcenia, jakich możemy się spodziewać w warunkach pracy gruntu, w większości mieszczą się w zakresie 0,001–0,5%. Zakres małych odkształceń nazywany jest więc wymiennie praktycznym zakresem odkształceń (Tatsuoka i in. 2001). Najwięcej obserwowanych odkształceń gruntu już pracującego pod obciążeniem jest rzędu 0,01–0,1%.

Laboratoryjne badanie zachowania się gruntu w zakresie małych odkształceń musi zapewnić odpowiednią dokładność pomiarów odkształceń – najlepiej większą od 0,01%. Standardowe badania laboratoryjne z zewnętrznym pomiarem przemieszczeń nie zapewniają tej dokładności i wyniki tych badań różnią się znacznie od wyników badań terenowych oraz wyników z przeprowadzonych analiz wstecznych. Moduł odkształcenia określony laboratoryjnie w konwencjonalnych badaniach jest dużo niższy niż określony na podstawie badań terenowych i nie opisuje realnego zachowania się gruntu. Dopiero rozwój badań z lokalnym pomiarem przemiesz-



RYSUNEK 3. Nieliniowość rozkładu modułu  $E$  w funkcji odkształcenia  
 FIGURE 3. Nonlinearity of Young's modulus distribution against vertical strain

czeń pozwolił na uzyskanie wiarygodnych wyników rozkładu modułu odkształcenia w zakresie odkształceń odpowiadającym warunkom pracy konstrukcji, w których charakterystyka  $E \sim \epsilon$  wykazuje największą nieliniowość (rys. 3). Czujniki lokalnych przemieszczeń są niezbędne, jeśli należy wykonać dokładne pomiary wartości modułu odkształcenia gruntu w zakresie małych odkształceń (Jardine 1995).

Oprócz potrzeby określenia zmiennej wartości modułu odkształcenia gruntu na potrzeby projektantów, istnieje potrzeba wnikliwej analizy czynników na niego wpływających dla lepszego poznania jego zachowania się w warunkach pracy konstrukcji. Analiza taka jest przeprowadzona w wielu publikacjach (Jardine 1995, Lo Presti i in. 1999) i wynika z niej, że moduł odkształcenia gruntów zależy od wielu czynników, które niejednakowo wpływają na moduł odkształcenia rozpatrywany w różnych zakresach odkształceń. Najbardziej wrażliwy na wpływ różnych czynników jest moduł odkształcenia w zakresie małych odkształceń (rys. 3). Głównymi czynnikami wpływającymi na silną nieliniowość gruntu w praktycznym zakresie odkształceń są wielkości zadawanych naprężeń i odkształceń. Moduł odkształcenia gruntu zależy oczywiście także od właściwości fizycznych rozpatrywanego ośrodka, tj. rodzaju gruntu, struktury gruntu, wskaźnika plastyczności, wskaźnika porowatości, warunków odpływu, historii stanu naprężenia itd. Widać więc, że na rozkład modułu odkształcenia gruntu wpływa bardzo wiele czynników i nie jest możliwy ich dokładny opis w ramach niniejszego artykułu. Oprócz czynników związanych z zachowaniem się gruntu w terenie (stan naprę-

żenia, odkształcenia, rodzaj gruntu itp.) na rozkład analizowanego modułu wpływa też dobór metody oceny wartości modułu (wybór metodyki badania, aparatura itp.) oraz wpływ naruszenia struktury gruntu przy pobieraniu próbek do badań laboratoryjnych (oraz ich niejednorodność) lub wybór obszaru reprezentatywnego do badań terenowych.

Uporządkowany przegląd wszystkich czynników mających wpływ na wartość modułu odkształcenia (przy założeniu, że próbka pobrana do badań laboratoryjnych jest dobrej jakości, a obszar badawczy został dobrze dobrany) przedstawili Hight i Higgins (1995) – tabela 1.

W celu zobrazowania ilościowego wpływu najbardziej istotnych czynników, mających wpływ na wielkość modułu odkształcenia przeprowadzono program badań laboratoryjnych, których wyniki przedstawiono w dalszej części artykułu.

## **Badany materiał i metodyka badań**

Badany materiał to prekonsolidowane grunty naturalne, pochodzące z projektowanej trasy II i III linii metra warszawskiego, oraz przygotowane z nich grunty rekonstruowane. Materiał ten dobrano w taki sposób, aby możliwe było określenie wpływu rozpatrywanych czynników na wartość modułu odkształcenia. Brano pod uwagę jednorodność struktury gruntu, dwufazowość badanego ośrodka, a także historię obciążenia oraz właściwości fizyczne gruntu. Skład granulometryczny badanych gruntów przedstawiono w postaci krzywej uziarnienia pokazanej na rysunku 4, a klasyfikację badanych gruntów

TABELA 1. Czynniki wpływające na wartość modułu odkształcenia gruntów (wg High i Higgins 1995)  
 TABLE 1. Factors that affect a value of Young's modulus in soils (High and Higgins 1995)

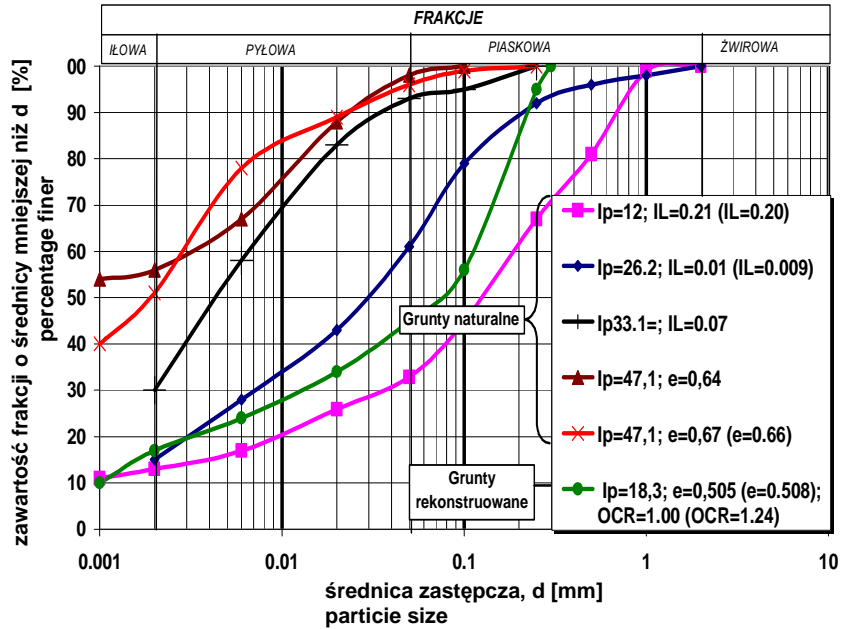
Budowa i struktura gruntu Soil fabric and composition	Budowa/Composition: <ul style="list-style-type: none"> <li>• uziarnienie/grading,</li> <li>• skład mineralny/mineralogy,</li> <li>• kształt ziaren i cząstek/grain shape,</li> <li>• układ/texture</li> </ul> Struktura/Fabric: <ul style="list-style-type: none"> <li>• ułożenie cząstek/particule packing,</li> <li>• uwarstwienie/layering,</li> <li>• nieciągłość (szczeliny, otwarte pęknięcia)/discontinuities (joints, open cracks)</li> </ul> Przemiany chemiczne i diagenеза/Chemical alteration and diagenesis: <ul style="list-style-type: none"> <li>• wiązania/bonding,</li> <li>• wytrącenia/fusing,</li> <li>• rekryystalizacja/recrystallization</li> </ul>
Stan i historia naprężenia Stress state and stress history	Aktualny stan naprężenia/Current stress state: <ul style="list-style-type: none"> <li>• wartość średniego naprężenia efektywnego/mean effective stress level,</li> <li>• dewiator naprężenia/stress difference,</li> <li>• kierunek naprężeń głównych/principal stress direction</li> </ul> Aktualna prędkość odkształcenia/Current strain rate: <ul style="list-style-type: none"> <li>• czas przy aktualnym stanie naprężenia/time at current stress state</li> </ul> Historia naprężenia/Stress history: <ul style="list-style-type: none"> <li>• historia naprężenia podczas powstawania gruntu/formative consolidation stress history,</li> <li>• współczesna historia naprężenia (powtórne obciążenie, cykliczne obciążenia, naruszenie podczas pobierania)/recent stress history (reloading, cyclic events, sample disturbance)</li> <li>• czas od ostatniej zmiany naprężenia (starzenie)/time since previous stress changes (aging)</li> </ul>
Warunki obciążenia i odpływu Loading and drainage conditions	Ścieżka naprężenia (lub odkształcenia)/Stress path (or strain path): <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\Delta q, \Delta p, \Delta u, \Delta \alpha, \Delta b</math></li> </ul> Prędkość zmian naprężenia (odkształcenia)/Rate of stress (or strain) change: <ul style="list-style-type: none"> <li>• wpływ lepkości/viscous effects,</li> <li>• stopień rozproszenia nadwyżki ciśnienia wody w porach/degree of pore pressure dissipation,</li> <li>• wpływ zmiany kierunków naprężeń głównych/inertia effects on stress reversals</li> </ul> Warunki odpływu/Drainage conditions: <ul style="list-style-type: none"> <li>• długość drogi odpływu/drainage path lengths,</li> <li>• gradient ciśnienia porowego/pore pressure gradients,</li> <li>• przepuszczalność/permeability,</li> <li>• zmiana prędkości naprężenia (odkształcenia)/rates of stress (or strain) change</li> </ul>

wg karty Casagrandego przedstawiono na rysunku 5.

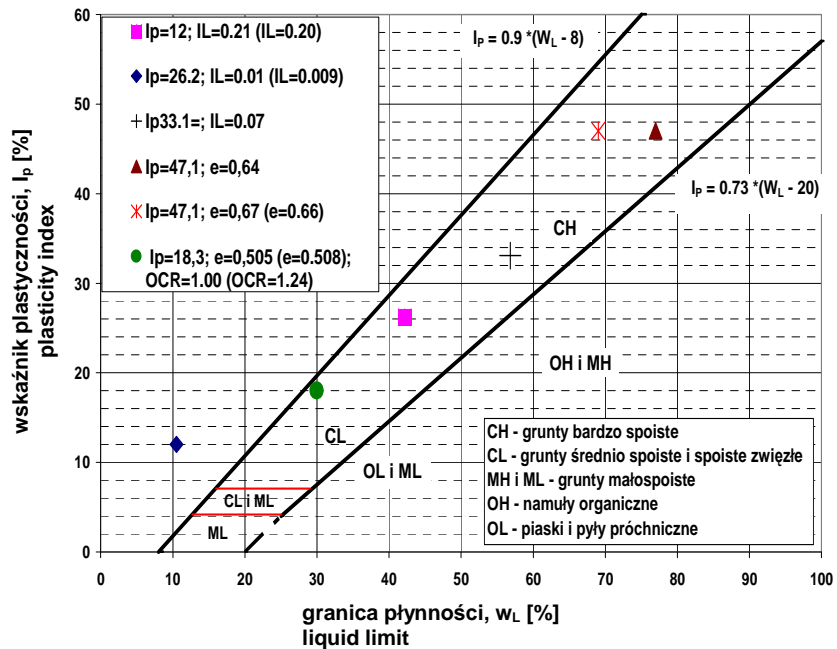
Badania wykonano w zmodyfikowanym aparacie trójosiowego ściskania. Komora aparatu wyposażona jest w wewnętrzne pręty łączące, które umożliwiają pomiar przemieszczeń odpowiadający odkształceniom o co najmniej rząd wielkości mniejszym

aniżeli w komorze standardowej. Badanie każdej próbki gruntu odbywało się w trzech etapach:

- nasączenie – z zastosowaniem metody ciśnienia wyrównawczego,
- konsolidacja izotropowa,
- ścinanie – przy stałej wartości naprężenia poziomego i zwiększającej się wartości naprężenia pionowego.



RYSUNEK 4. Krzywe uziarnienia badanych gruntów  
 FIGURE 4. Grain size distribution of tested soils



## **Analiza wybranych czynników warunkujących zmienność modułu odkształcenia**

W analizie zmienności modułu odkształcenia gruntów spoistych najbardziej istotnymi z punktu widzenia inżynierskiego (oddającego warunki pracy konstrukcji) są:

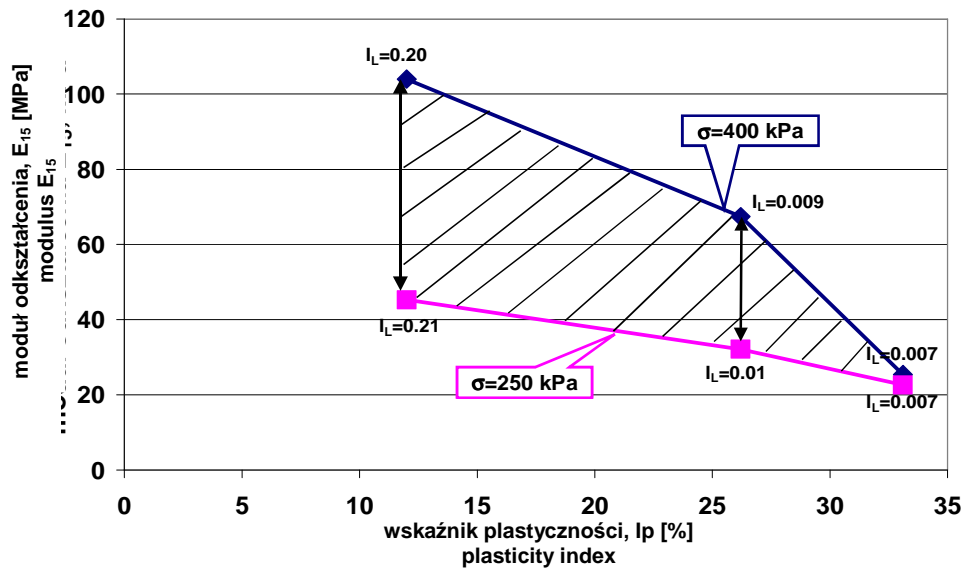
- zakres odkształceń,
- rodzaj gruntu reprezentowany przez wskaźnik plastyczności,
- stan naprężenia,
- historia stanu naprężenia.

W praktyce inżynierskiej powszechne jest wiązanie wartości modułu odkształcenia gruntu spoistego z kategorią gruntu (w normie PN-81/B-03020 określonej jako symbol). W celu odejścia od niejasnego terminu symbolu gruntu i ilościowej reprezentacji rodzaju gruntu najbardziej uzasadnione wydaje się wykorzystanie wskaźnika plastyczności ( $I_p$ ). Biorąc pod uwagę mnogość czynników, mających wpływ na moduł odkształcenia, ilościowa analiza wpływu rodzaju gruntu może być dokonana jedynie przy ustabilizowanych (sprawdzonych) wartościach innych czynników. Mając na uwadze, że głównym czynnikiem określającym wielkość modułu odkształcenia jest zakres odkształceń, w pierwszej kolejności należy znormalizować ten czynnik. W praktyce inżynierskiej częstym (pośrednim) sposobem reprezentacji zakresu rozpatrywanych odkształceń jest odniesienie wielkości modułu do stopnia mobilizacji dewiatora naprężenia. W odniesieniu do gruntów mocnych (nośnych) najczęściej stosuje się moduł  $E_{15}$ , który odnosi się do odkształcenia, w którym zmobilizowany dewiator naprężenia podczas

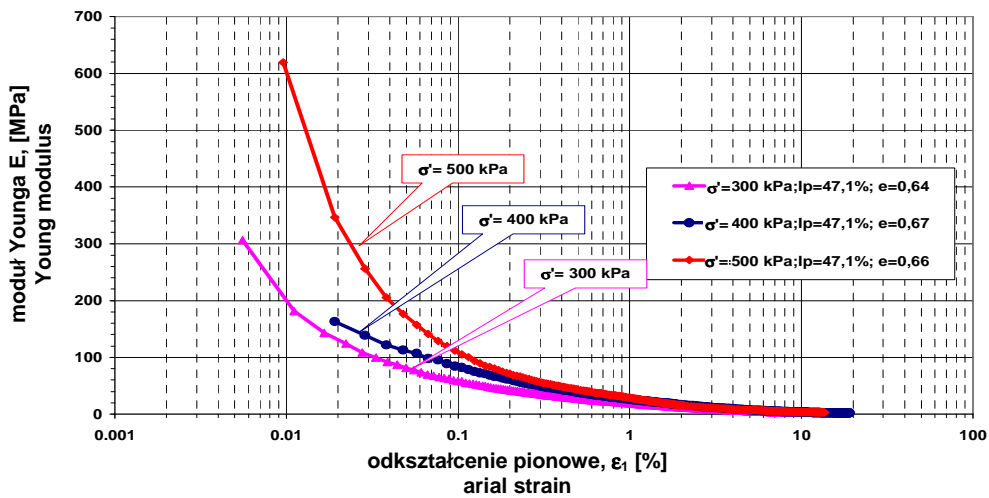
zadawania naprężeń stycznych wynosi 15% swojej maksymalnej wartości odpowiadającej chwili ścięcia. Biorąc za podstawę właśnie taką wielkość modułu odkształcenia, na rysunku 6 przedstawiono jego rozkład dla trzech wartości wskaźnika plastyczności i dwóch wielkości efektywnego izotropowego naprężenia normalnego (250 i 400 kPa). Dodatkową informacją podaną na rysunku jest wartość stopnia plastyczności ( $I_L$ ) badanych próbek. Należy zaznaczyć, że badane grunty były prekonsolidowane. Z przedstawionych na wykresie zależności wynika, że wielkość modułu odkształcenia dla gruntów o mniejszym wskaźniku plastyczności jest większa niż dla gruntów bardzo spoistych. Różnica ww. wielkości zwiększa się wraz ze wzrostem wartości zadawanych naprężeń. Warto również zwrócić uwagę na wartości modułów, które odbiegają od wartości zalecanych w normie PN-81/B-03020.

Poza rodzajem gruntu, dla inżyniera, którego interesuje reakcja podłoża na obciążenia, najbardziej istotnymi czynnikami są stan naprężenia oraz jego historia. W celu zilustrowania wpływu stanu naprężenia na charakterystykę zmienności modułu odkształcenia na rysunku 7 przedstawiono rozkłady modułu dla trzech próbek iłu o podobnych wartościach wskaźnika porowatości i skonsolidowanych do różnych wielkości naprężenia efektywnego. Z wykresu wynika, że wzrost naprężenia znacząco wpływa na wzrost wielkości modułu w zakresie  $0,1 \div 1,0\%$  oraz bardzo w zakresie  $0,01 \div 0,1\%$ . Warto zwrócić uwagę na wartości modułów, które dla tego ostatniego zakresu odkształceń kilkakrotnie przewyższają wielkości podane





RYSUNEK 6. Zależność modułu odkształcenia ( $E_{15}$ ) od wskaźnika plastyczności i stanu naprężenia  
 FIGURE 6. Influence of plasticity index and state of stress on modulus  $E_{15}$



RYSUNEK 7. Wpływ wielkości naprężenia na rozkład modułu odkształcenia  
 FIGURE 7. Influence of state of stress on Young's modulus distribution against strain

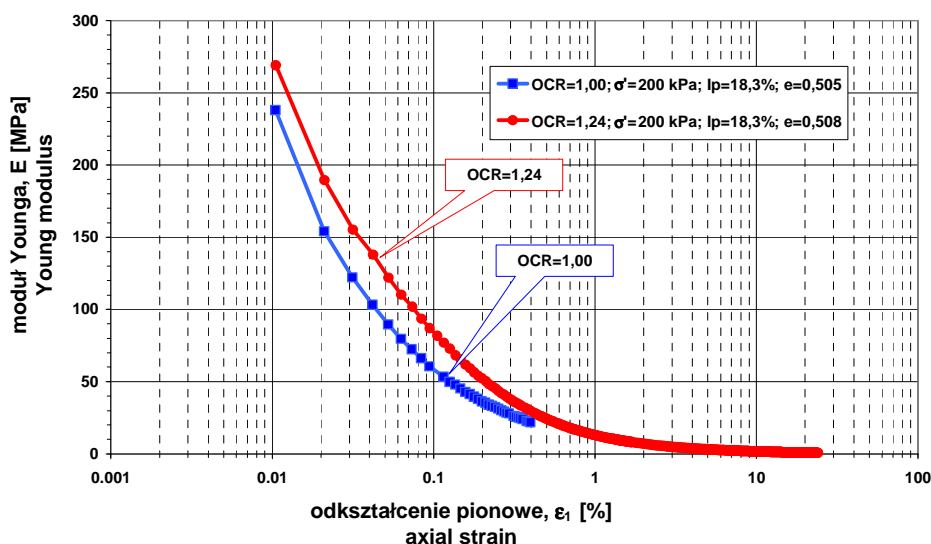
w normie. Dla naturalnych gruntów czynnikiem, który jest immanentnie związany ze stanem naprężenia, jest historia jego stanu.

Na rysunku 8 przedstawiono przykładowy rozkład modułu odkształcenia dwóch próbek normalnie skonsolidowanej ( $OCR = 1$ ) i lekko prekonsolidowanej ( $OCR = 1,24$ ) gliny, badanych przy takich samych wartościach naprężeń i wskaźnikach porowatości. Pomimo niewielkiej różnicy w wielkościach wskaźnika prekonsolidacji OCR grunt prekonsolidowany wykazuje w zakresie małych odkształceń wielkość modułu o mniej więcej 30 MPa większą aniżeli grunt bez historii stanu naprężenia.

## Podsumowanie

W artykule przeanalizowano czynniki wpływające na wielkość modułu odkształcenia – podstawowego parametru

wykorzystywanego w inżynierskich obliczeniach odkształcalności. W artykule podkreślono również, że wartość modułu odkształcenia nie jest stałą materiałową dla danej (nieprecyzyjnie określonej w normie PN-81/B-03020) klasy gruntów spoistycho określonym stanie, a zależy od wielu innych czynników. Biorąc za podstawę eksperymentalny materiał badawczy, dotyczący gruntów znajdujących się na trasie planowanej II i III linii metra warszawskiego, dokonano ilościowej analizy najważniejszych czynników określających zmienność modułu odkształcenia. Przedstawione wyniki badań wskazują jednoznacznie na złożoność czynników wpływających na moduł odkształcenia. Najbardziej istotnym z nich jest zakres odkształceń, do jakich odniesiona jest wielkość modułu, co wynika z większej niż powszechnie zakładano nieliniowości charakterystyki naprężenie-odkształcenie. Czynnikiem ten decyduje w większej



RYSUNEK 8. Wpływ historii stanu naprężenia na wielkość modułu odkształcenia  
 FIGURE 8. Influence of stress history on Young's modulus distribution against strain

mierze o wielkości modułu aniżeli określone w normie kategoria gruntu stopnia i jego stan mierzony wartością stopnia plastyczności. Ponadto przedstawiono rolę stanu naprężenia oraz sposób uwzględniania jego historii w ilościowej analizie wartości modułu odkształcenia.

## Literatura

- BURLAND J.B. 1989: Ninth Laurits Bjerrum Memorial Lecture: Small is beautiful- the stiffness of soils at small strains. *Canadian Geotechnical Journal*, 26, 4: 499–516.
- GRYZMAŃSKI M. 2005: Modele podłoża gruntowego stosowane w projektowaniu. XX Ogólnopolska konferencja „Warsztat pracy projektanta konstrukcji”. Wisła – Ustroń.
- HEAD K.H. 1986: Manual of Soil Laboratory Testing. Vol. 3, Penetch Press.
- HIGHT D.W., HIGGINS K.G. 1995: An approach to the prediction of ground movements in engineering practice. Background and application. IS Hokkaido.
- JARDINE R.J. 1995: One perspective of the pre-failure deformation characteristics of some geomaterials. Pre – failure Deformation of Geomaterials, Balkema, Rotterdam.
- JARDINE R.J., SYMES M.J., BURLAND J.B. 1984: The measurement of soil stiffness in the triaxial apparatus. *Geotechnique* 34, 3: 323–340.
- LO PRESTI D.C.F., PALLARA O., CAVALLARO A., JAMIOLKOWSKI M. 1999: Influence of reconsolidation techniques and strain rate of the stiffness of undistributed clays from triaxial test. *Geotechnical Testing Journal* 22, 3: 211–225.
- TATSUOKA F., SHIBUYA S., KUWANO R. 2001: Recent advances in stress-strain testing of geomaterials in the laboratory background and history of TC-29 for 1994–2001. Advanced Laboratory Stress- Strain Testing of Geomaterials, Swets & Zeitlinger Publishers Lisse.

## Summary

**Factors subjcting variability of Young's modulus of cohesive soils.** The paper presents analysis of factors that subject a value of Young's modulus of cohesive soils. This parameter is indispensable in a design process of all soil structures and any engineering structure founded on soil. According to Polish practice expressed in Polish Standard PN-81/B-03020, value of Young's modulus is uniquely related to soil kind and liquidity index. The paper presents considerably larger number of factors that influences deformation of soils with particular reference to strain range, state of stress and its history. From this results that Young's modulus should be perceived rather as deformation characteristic dependent on many factors and not material constant. The theses presented in the paper are exemplified by experimental data.

### Author's address:

Małgorzata K. Wdowska, Anna Wudzka  
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego  
Katedra Geoinżynierii  
ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa  
Poland