

Marcin KRUKOWSKI

Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska SGGW
Department of Hydraulic Engineering and Environmental Recultivation WAU

Zastosowanie modelu Ficka do opisu transportu zanieczyszczeń pasywnych w małej rzece nizinnej **The applications of the Fickian model to describing of the passive pollutants transport in small lowland river**

Słowa kluczowe: analityczna postać modelu Ficka, rozprzestrzenianie się zanieczyszczeń pasywnych w rzece

Key words: analytical solution of the Fick's equation, transport of the passive pollutants in the lowland river

Wprowadzenie

Większość wprowadzanych do środowiska zanieczyszczeń w zlewniach rolniczych stanowią ścieki rolnicze lub bytowo-gospodarcze, niezawierające metali ciężkich. Zwykle są to substancje chemiczne, dobrze mieszające się z wodą i niewchodzące z nią w reakcje i dlatego określane jako zanieczyszczenia pasywne. Zalicza się do nich sole, rumowisko rzeczne i związki biogenne (Czernuszenko 2000). Stwierdzenie o pasywnym charakterze zanieczyszczeń ma zasadnicze znaczenie z punktu widzenia teoretycznego opisu i modelowania rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń w korytach, gdyż pozwala na rozdzielenie opisu dynamiki przepływu

wody i dynamiki transportu masy zanieczyszczeń (Szymkiewicz 2001). Od momentu zrzutu zanieczyszczeń w rzekach generowane są procesy decydujące o ich rozprzestrzenianiu i transporcie. Wyróżnia się wśród nich adwekcję, dyfuzję, adsorpcję, desorpcję, osiadanie substancji zawieszonych, reakcje chemiczne czy też procesy biologiczne (Holley 2001). Dla zanieczyszczeń o charakterze pasywnym dwa z wymienionych procesów są najważniejsze, tzn. adwekcja i dyfuzja. Przyjęcie takiego uproszczenia umożliwia fakt, że w większości rzek nizinnych o zwartym przekroju poprzecznym i o niewielkiej głębokości w stosunku do szerokości stężenia zanieczyszczeń na głębokości rozprzestrzeniają się w czasie krótszym niż w kierunku poprzecznym, a główny transport zanieczyszczeń zachodzi w kierunku przepływu.

Do opisu transportu i rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń pasywnych w korytach otwartych wykorzystuje się w praktyce inżynierskiej zaadoptowane

z teorii gazów paraboliczne równanie różniczkowe adwekcji – dyfuzji, które w wyniku operacji całkowania i uśredniania dla turbulentnego przepływu w rzece sprowadza się do postaci jednowymiarowej (Vestergaard 1989):

$$\frac{\partial(\overline{AC})}{\partial t} + \frac{\partial(Q\overline{C})}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} AD_x \frac{\partial \overline{C}}{\partial x} \quad (1)$$

gdzie:

\overline{C} – średnia koncentracja zanieczyszczeń w przekroju poprzecznym strumienia wody [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$],

A – pole przekroju poprzecznego strumienia wody [m^2],

Q – objętościowe natężenie przepływu wody w przekroju poprzecznym [$\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$],

D – współczynnik podłużnej dyspersji [$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$],

x – odległość [m],

t – czas [s].

Rozwiązanie równania (1) dla nagłego wprowadzenia masy (M) zanieczyszczeń w całym przekroju poprzecznym w przekroju początkowym ($x = 0$) w czasie $t = 0$ opisywanego za pomocą funkcji delta Diraca $\delta(x)$ w założeniu jednostajnego przepływu wody podawane jest w postaci (Popławski 1976):

$$C(x, t) = \frac{M}{A\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left[-\frac{(x-ut)^2}{4Dt}\right] \quad (2)$$

gdzie:

M – całkowita masa zanieczyszczeń [kg],

u – średnia prędkość przemieszczania się chmury zanieczyszczeń [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$].

Zasadniczą zaletą modelu (2) jest jego prostota. W literaturze przytaczane są liczne wady stosowania analitycznego rozwiązania zależności (2) do opisu

rozprzestrzeniania zanieczyszczeń w korytach (Day 1975); np.:

- obserwuje się szybsze zmniejszanie się maksymalnej koncentracji zanieczyszczeń w korycie, niż wynika to z zależności (2),
- występuje nieliniowy wzrost wariancji rozkładu koncentracji na długości koryta i zmienność współczynnika dyspersji (D) w czasie, nieuwzględniona w zależności (2),
- obserwuje się niesymetryczny rozkład koncentracji zanieczyszczeń w korycie po przekroczeniu pewnej odległości od źródła wprowadzenia zanieczyszczeń.

Jak stwierdzili Sukhodolow i inni (1997), nasilenie wymienionych efektów zmienia się w różnych korytach. Niezgodność zmian koncentracji w praktyce z rozwiązaniem równania jednowymiarowej dyspersji (2) uzasadniana jest wpływem warstwy granicznej (Elder 1959), nierównościami powierzchni koryta, wywołującymi martwe strefy, rozkładem prędkości (Fischer 1966) i niedoskonałością technik pomiarowych. W pracy podjęto próbę zastosowania rozwiązania równania dyspersji podłużnej (2) do prognozy rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń pasywnych na odcinku rzeki Wkry.

Metodyka badań i uzyskane wyniki

Wskaźnikowe badania terenowe przeprowadzono w 1997 roku w dwóch niezależnych eksperymentach na 4,78 km odcinku rzeki Wkry, położonym między stopniem wodnym w miejscowości Siedliska (131,22 km), a jazem

w miejscowości Siciarz (126,07 km). W pomiarach stosowano roztwór alkoholowy rodminy B, dozowanej impulsowo w bystrze poniżej stopnia wodnego Siedliska, w ilości 10 litrów. Następnie przy użyciu fluorymetru rejestrowano zmiany koncentracji wskaźnika w 5 wybranych przekrojach na badanym odcinku koryta rzeki (Krukowski i Kurzawski 2001).

Pomiary koncentracji rodminy poprzedzono pomiarem natężenia przepływu w przekroju i zdjęciem geodezyjnym przekrojów koryta w celu wyznaczenia średnich prędkości przepływu. Charakterystyki hydrauliczne strumienia wody w korycie Wkry zestawiono w tabeli 1.

Wyniki obliczeń i ich analiza

Pomierzone rozkłady koncentracji wskaźnika w przekrojach koryta Wkry w obu pomiarach pokazano na rysunku 1. Zależność (2) opisuje jednodomalny dwuwymiarowy rozkład koncentracji $C(x, t)$. Przy dostatecznie dużych odległościach od miejsca zrzutu wskaźnika zmiany koncentracji w czasie spełnia zależność (Rutheford 1994):

$$\sigma_x^2 \approx u^2 \sigma_t^2 \approx 2Dt \quad (3)$$

gdzie:

σ_x^2 – wariancja przestrzenna rozkładu koncentracji [m^2],

$\sigma_t^2 = m_2 - (m_1)^2$ – wariancja czasowa rozkładu koncentracji $C(t)$ w czasie [min^2].

TABELA 1. Parametry hydrauliczne i dynamiczne strumienia w przekrojach poprzecznych rzeki Wkry
TABLE 1. Hydraulics and dynamics parameters in cross-sections of the Wkra River

Parametry parameters	POMIAR 1 (first measurement)				
	P-1 Km 130+620	P-2 Km 129+760	P-3 km 128+770	P-4 km 127+740	P-5 km 126+440
Q [$m^3 \cdot s^{-1}$]	4,18				
A [m^2]	8,07	9,72	9,19	10,15	10,35
V [m/s]	0,52	0,43	0,46	0,41	0,40
B [m]	9,82	10,23	9,69	8,89	11,18
D [m^2/s]	2,95	6,70	7,65	7,80	8,49
u [m/s]	0,35	0,47	0,48	0,46	0,47
Parametry parameters	POMIAR 2 (second measurement)				
Q [$m^3 \cdot s^{-1}$]	3,97				
A [m^2]	7,82	9,36	8,81	9,80	10,02
V [m/s]	0,51	0,42	0,45	0,41	0,40
B [m]	9,73	10,10	9,57	8,77	11,07
D [m^2/s]	2,92	5,35	9,96	7,47	6,08
u [m/s]	0,35	0,48	0,47	0,45	0,47

Objaśnienia / Explanations:

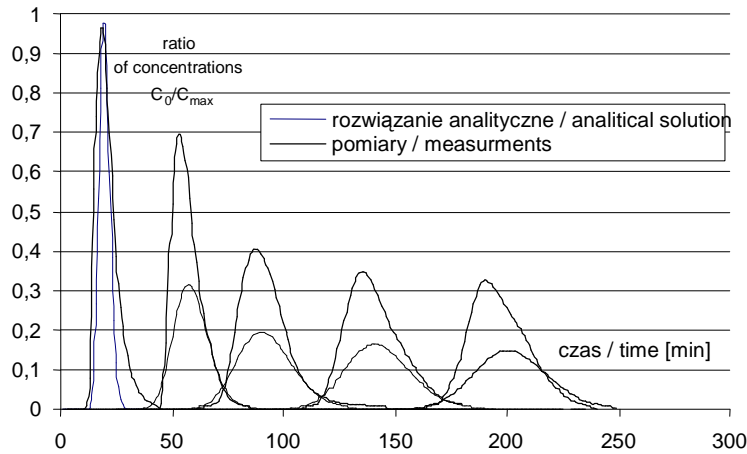
Q – natężenie przepływu / discharge [$m^3 \cdot s^{-1}$],

A – powierzchnia przekroju poprzecznego strumienia / cross section area [m^2],

B – szerokość zwierciadła wody w przekroju / width of cross section [m],

u – średnia prędkość przepływu / flow averaged velocity [$m \cdot s^{-1}$],

D – współczynnik podłużnej dyspersji / coefficient of longitudinal dispersion [$m^2 \cdot s^{-1}$].



RYSUNEK 1. Pomierzone i obliczone zmiany koncentracji znacznika w przekrojach P1–P5
 FIGURE 1. Measured and calculated concentration of the tracer in investigated cross-sections

Dla zarejestrowanych w pomiarach rozkładów koncentracji wskaźnika obliczono współczynniki dyspersji podłużnej z zależności (tab. 1):

$$D \approx \frac{\sigma_t^2 u^2}{2t} \quad (4)$$

Wykorzystując wyniki pomiarów hydrometrycznych oraz wartości współczynników dyspersji podłużnej, obliczono z zależności (2) rozkłady koncentracji wskaźnika. Wyniki obliczeń koncentracji pokazano na rysunku 1.

Z równania (2), przy założeniu $x = ut$, wynika, że maksymalna koncentracja wskaźnika jest proporcjonalna do $t^{-0,5}$:

$$C_{\max}(t) = \frac{1}{\sqrt{D}} \frac{M}{2A\sqrt{\pi t}} \quad (5)$$

Z wyrównania pomierzonych maksymalnych koncentracji krzywą potęgową (rys. 2) wynika, że C_0/C_{\max} jest proporcjonalne do $t^{-0,69}$. Na rysunku 3 przedstawiono także zmienność pomierzonych maksymalnych koncentracji wskaźnika C_0/C_{\max} na długości koryta.

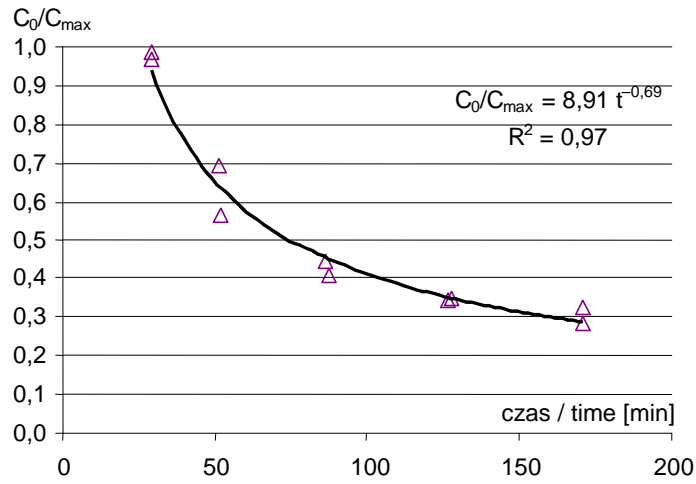
Jak widać, maksymalne koncentracje nie zmieniają się liniowo wraz z długością koryta.

Jak wynika z zależności (4), przebieg zmian wariancji σ_t^2 powinien być proporcjonalny do czasu (t) i odległości (x) w pierwszej potędze. Przebieg zmian wariancji wraz z odległością pokazany na rysunku 4 wskazuje, że jest jedynie zbliżony do funkcji liniowej.

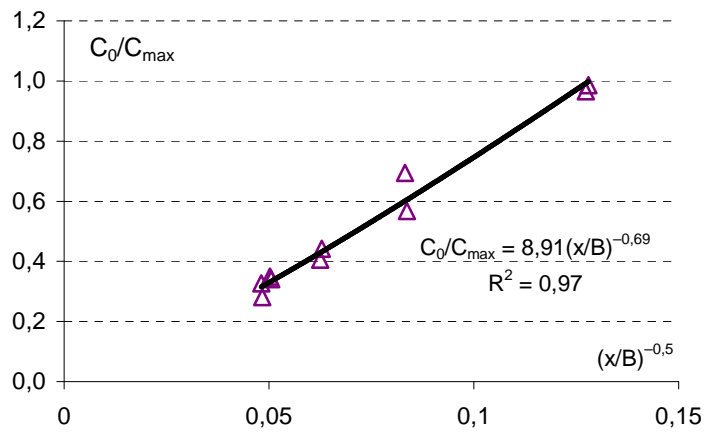
Istotnym parametrem charakteryzującym kształt rozkładu koncentracji wskaźnika jest współczynnik asymetrii. Jego wartość powinna, według Nordin i Troutman (1980), być proporcjonalna $S \sim x^{-0,5}$:

$$S = \frac{1}{\sigma_t^3} \int_0^\infty \bar{C}(x,t)(t - \mu)^3 dt \quad (6)$$

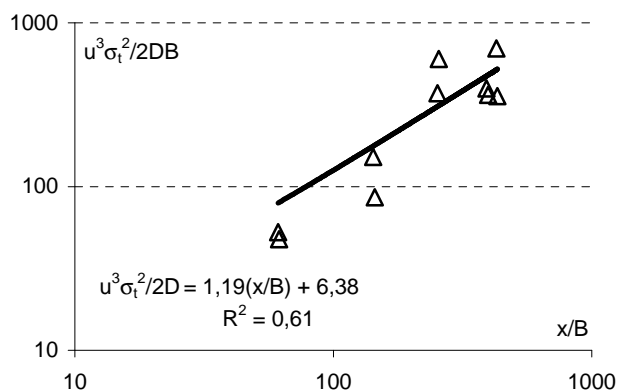
Policzone dla pomierzonych rozkładów koncentracji współczynniki skośności w funkcji odległości pokazano na rysunku 5. Jak widać, zmienność współczynników skośności nie jest proporcjonalna do drogi x w potęgze $-0,5$.



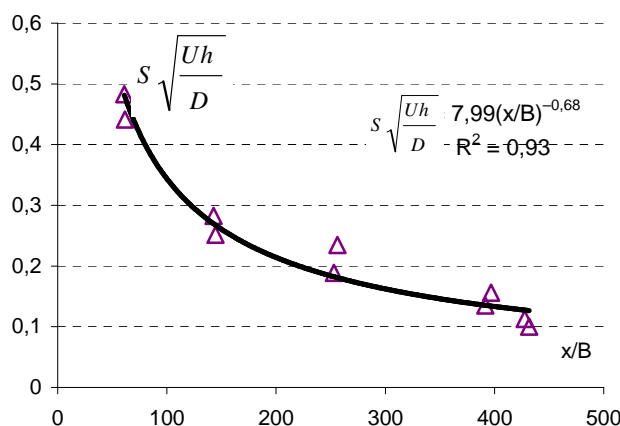
RYSUNEK 2. Zmienność pomierzonych maksymalnych koncentracji wskaźnika w funkcji czasu
 FIGURE 2. Variation measured maximum concentrations of the tracer in funkcjon of the time



RYSUNEK 3. Zmienność pomierzonych maksymalnych koncentracji wskaźnika C_0/C_{max} na długości koryta
 FIGURE 3. The relationship between measured maximum concentrations ratio of the tracer depends on river the length



RYSUNEK 4. Zmienność wariancji czasowej koncentracji wskaźnika wzdłuż badanego odcinka rzeki
 FIGURE 4. The relationship between variances depends on river length



RYSUNEK 5. Zmienność współczynnika asymetrii dla pomierzonych rozkładów koncentracji wzdłuż badanego odcinka rzeki
 FIGURE 5. Variation of skewnees concentrations of the tracer along the experimental river reaches

Podsumowanie

Obliczony z analitycznego rozwiązania modelu Ficka (2) przebieg zmian koncentracji dla badanego odcinka rzeki Wkry istotnie odbiega od wartości zarejestrowanych podczas pomiarów wskaźnikowych. Różnice pomierzonych i obliczonych maksymalnych koncentracji wskaźnika w obu pomiarach zawierały się w przedziale od 40 do 55 %.

Wykazano, że maksymalna koncentracja wskaźnika na długości koryta Wkry nie zmienia się proporcjonalnie do czasu $t^{-0,5}$, jak wynika z zależności (3), lecz jest proporcjonalna do czasu $t^{-0,69}$. Maksymalne koncentracje wskaźnika na długości koryta nie zmieniają się liniowo. Nie ma liniowego charakteru zmienności na długości koryta wariancji czasowej obliczona dla rozkładu koncentracji. Współczynnik asymetrii

(S) nie maleje na długości koryta proporcjonalnie do drogi $x^{-0.5}$, lecz do $x^{-0.68}$.

Polepszenie zgodności obliczanych i obserwowanych koncentracji można uzyskać, stosując współczynniki dyspersji podłużnej w korycie obliczone z równania (2). W praktyce oznacza to, niewielką przydatność równania (2) do opisu transportu zanieczyszczeń w rzece wywołanych przez źródła punktowe w obrębie dowolnej zlewni użytkowanej rolniczo, takie jak: lokalne wysypiska śmieci, wylewiska ścieków pochodzących z gospodarstw itd.

Literatura

- CZERNUSZENKO W. 2000: Transport zanieczyszczeń w rzekach i kanałach. *Przegląd Geofizyczny* 2: 139–147.
- DAY T. 1975: Longitudinal Dispersion in Natural Channels. *Water Resour. Res.* 11, 6: 909.
- ELDER J. 1959: The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow. *Journal Fluid Mechanic* 5: 544.
- FISHER H. 1966: A Note on the One-Dimensional Dispersion Model. *Air Water Pollut. Int. J.* 10: 443.
- HOLLEY E.R. 2001: Field Tests for Evaluating Hydraulic Transport Processes in Rivers. *Publications of the Institute of Geophysics Polish Academy of Sciences E-2(325)*: p. 38–51.
- KRUKOWSKI M., KURZAWSKI G. 2001: Rozprzestrzenianie się zanieczyszczeń pasywnych w rzece nizinnej. *Przegląd Naukowy Inżynieria i Kształtowanie Środowiska* 23: 23–36.
- NORDIN C., TROUTMAN B. 1980: Longitudinal Dispersion in Rivers the Persistence of Skewness in Observed Data. *Water Resour. Res.* 16, 1: 123.
- POPŁAWSKI W. 1976: Wpływ procesu mieszania się wód podgrzanych na rozkłady tempe-

ratury w rzekach swobodnie płynących. *Prace Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej* 8: 115–116.

- RUTHEFORD J.C. 1994: River Mixing, Niwa Ecosystems Naional Institute of Water and Atmospheric Research Hamilton – New Zealand. John Wiley & Sons Ltd. Chichester.
- SUKHODOLOV A., NIKORA V., ROWIŃSKI P., CZERNUSZENKO W. 1997: A Case Study of Longitudinal Dispersion in Small Lowland Rivers. *Water Environment Research* 69, 7: 1246–1253.
- SZYMKIEWICZ R. 2001: Modelowanie matematyczne przepływów w rzekach i kanałach. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- VESTERGAARD K. 1989: Stream Modelling-Hydrodynamic Model and Models for Transport and Spreading of Pollutants. Hydraulic & Coastal Engineering Laboratory, Department of Civil Engineering University of Aalborg.

Summary

The applications of the Fickian model to describing of the passive pollutants transport in small lowland river. Contaminant transport in rivers is considered on the basis of tracer studies in Wkra small lowland river. Theories describing the spread of conservative and passive pollutants in the context of a longitudinal dispersion model was given. The analysis is limited to the one-dimensional cases of stationary transport of mass discharged into water flowing in river. It is shown that the model don't agrees with experimental data.

Author's address:

Marcin Krukowski
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska
02-776 Warszawa, Nowoursynowska 159
Poland

