

Jerzy WYSOCKI

Katedra Budownictwa i Geodezji SGGW
Zakład Geodezji i Fotogrametrii
Department of Civil Engineering and Geodesy WAU
Division of Geodesy and Photogrammetry

Dokładność aproksymacji powierzchni terenu w aspekcie badań eksperymentalnych

The accuracy of approximation of the land surface in the aspect of the experimental investigations

Wprowadzenie

Rozwój interaktywnych metod w zakresie badań przestrzennych oraz planowania i projektowania z zastosowaniem komputerów wymaga wykorzystywania, oprócz łatwej do percepcji informacji o rzeźbie terenu w formie graficznej (w postaci map), również informacji w formie numerycznej – w postaci numerycznego/cyfrowego modelu terenu (NMT/CMT) wprowadzanego do pamięci komputera (Wysocki 1998). Uniwersalny model cyfrowy (CMT) przedstawiany jest najczęściej w postaci regularnej siatki punktów aproksymujących powierzchnię terenu, uzyskiwanej na podstawie pomierzonych punktów odniesienia (punktów NMT). Regularna siatka punktów może być tworzona już w trakcie pomiaru (najczęściej metoda-

mi fotogrametrycznymi), stanowiąc jednocześnie punkty odniesienia, lub uzyskiwana na podstawie interpolacji powierzchniowej innych siatek punktów odniesienia (Piasek i in. 1981, Schut 1976, Sierbieniuk i in. 1990, Wysocki 1987, 2000a). W ogólności siatki punktów odniesienia mogą być uzyskiwane za pomocą tachimetrów elektronicznych, pomiarów GPS, metodami fotogrametrycznymi, za pomocą lotniczego skanera laserowego czy też poprzez digitalizację map warstwicznych.

W zagadnieniach badawczych i projektowych z zastosowaniem interaktywnych metod komputerowych dokładność aproksymacji powierzchni terenu za pomocą modeli numerycznych/cyfrowych będzie miała zasadnicze znaczenie. Użytkownicy tych modeli będą musieli mieć możliwość korzystania z metod pozwalających na prostą i szybką ocenę ich dokładności, podobnie jak dotychczas użytkownicy map

warstwicznych. Jednak metody stosowane do oceny dokładności aproksymacji powierzchni terenu za pomocą linii warstwicznych wykorzystują najczęściej jako podstawowy parametr tej oceny wartość zasadniczego cięcia warstwiczowego na danej mapie. W metodach NMT ma miejsce inna geneza cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu i do niej w związku z tym muszą być dostosowane metody oceny dokładności tej aproksymacji.

W pracy przedstawiono zagadnienie oceny dokładności cyfrowej aproksymacji naturalnej powierzchni terenu oraz wyniki badań eksperymentalnych w zakresie takiej oceny z wykorzystaniem symulowanych modeli powierzchni terenu generowanych za pomocą komputera na podstawie siatek punktów odniesienia o różnej gęstości.

Zagadnienie oceny dokładności aproksymacji powierzchni terenu w aspekcie badań eksperymentalnych

Jak już wskazano w innych pracach autora (np. Wysocki 1987, 1997, 1999a), główne stosowane obecnie metody NMT zakładają statystyczny charakter informacji o wzajemnej zależności wysokości punktów terenowych położonych w pobliżu, to jest uwzględniają korelacje między punktami modelu. Traktują aproksymację jako proces stochastyczny o charakterze stacjonarnym, tzn. kowariancja zmiennych zależy tu od odległości punktów odniesienia. Jeżeli mamy n punktów odniesienia, to do aproksymacji z wyrównaniem metodą najmniejszych kwadratów

można użyć n równań błędów, co w zapisie macierzowym można zapisać jako:

$$Z = H + h = BX + h$$

gdzie:

Z – wysokości punktów odniesienia,
 H – składowe decydujące opisane wielomianem (BX), określające charakterystyczne formy terenu,
 h – różnice wysokości między pomierzonymi wysokościami punktów odniesienia a wyznaczonymi na podstawie wielomianu.

W każdym punkcie odniesienia i wartość h_i , będąca funkcją obserwacji, może być podzielona na składowe:

$$h_i = s_i + r_i$$

gdzie:

s_i – składowe współzależne, tj. formy terenowe, które z powodu swej różnorodności nie mogą być opisane funkcją matematyczną (wielomianami) i dlatego wyznaczone są metodami statystycznymi z użyciem wariancji i kowariancji,

r_i – reprezentuje błąd pomiaru – „szum”, czyli błędy przypadkowe pomiaru oraz wielkości związane z rodzajem terenu.

Można wydzielić dwie podstawowe grupy błędów związanych z rodzajem terenu i mających istotny wpływ na dokładność przedstawienia jego rzeźby (Wysocki 1979):

1. Błędy spowodowane szorstkością powierzchni terenu, która wynika z bardzo drobnych form naturalnych, powstałych pod wpływem warunków atmosferycznych oraz działalności człowieka. Wielkość błędów nie zależy w zasadzie od odległości (gęstości) pomierzonych punktów

terenu. Wartość błędu można na podstawie badań eksperymentalnych oszacować w przeciętnych warunkach terenowych, średnio na $\pm 0,05$ m.

2. Błędy spowodowane „chropowatością” rzeźby, która jest zaczątkiem morfologii terenu i przejawia się małymi nierównościami (małymi formami) oraz niejednostajnymi spadkami między punktami terenu. Wartość błędów jest uzależniona od odległości (gęstości) pomierzonych punktów aproksymujących powierzchnię terenu na danym obszarze – punktów odniesienia (punktów NMT).

Jak z powyższego wynika, błędy spowodowane szorstkością powierzchni terenu można zaliczyć do „szumu”. Błędy przypadkowe pomiaru mogą więc mieć wpływ, jeżeli będą istotnie większe od tych błędów. Natomiast błędy spowodowane chropowatością wejdą do składowej współzależnej. Zasadniczy wpływ na ich wielkość będzie miała gęstość i poprawność rozmieszczenia mierzonych punktów odniesienia.

Na podstawie powyższych rozważań oraz podanych w literaturze opracowań zagranicznych, autor zaproponował metodę oceny dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu za pomocą siatki punktów NMT (Wysocki 1998), która w postaci ogólnej została zapisana przy pomocy formuły:

$$m_h^2 = p_1 A^2 + p_2 (D \operatorname{tg} \alpha)^2 + C^2$$

gdzie:

m_h – średni błąd wysokości wyznaczonego (interpolowanego) punktu powierzchni terenu określający również dokładność aproksymacji powierzchni

terenu na podstawie punktów odniesienia,

p_1 – współczynnik zależny od zastosowanej metody interpolacji powierzchniowej,

A – parametr charakteryzujący za pomocą błędu średniego dokładność określenia (pomiaru) wysokości punktów odniesienia,

p_2 – współczynnik wynikający z wpływu kąta α , występującego tutaj jako parametr związany z oddziaływaniem warunków terenowych (chropowatości terenu),

D – przeciętna odległość punktów siatki odniesienia,

α – przeciętny kąt nachylenia terenu na opracowywanym obszarze,

$C = Dt$ – charakteryzuje za pomocą współczynnika t wpływ chropowatości terenu na dokładność aproksymacji jego powierzchni przy małych (bliskich zeru) wartościach kąta nachylenia terenu α i różnych wielkościach D .

Wartości współczynników w powyższej formule wyznaczono na podstawie badań przeprowadzonych przez autora na obiektach doświadczalnych. Temu zagadnieniu autor poświęcił oddzielne opracowania podane w literaturze. Końcowy zapis opracowanej formuły, opisującej w warunkach polskich dokładność cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu na podstawie siatki punktów NMT, wyraża się następująco:

$$m_h^2 = 0,45 A^2 + 0,035 (D \operatorname{tg} \alpha)^2 + (D \cdot 0,0020)^2$$

Przedstawiona formuła dobrze spełnia wyniki badań przeprowadzonych na obiektach doświadczalnych. Należy jednak dodać, że badania eksperymentalne

dotyczyły głównie terenów równinnych o przeciętnych spadkach do kilku stopni. Zakres możliwości rozszerzenia takich badań jest w dużym stopniu zdecydowany ich pracochłonnością i dużymi kosztami. Prace prowadzone przez autora nad tym zagadnieniem wskazały, że dobrym uzupełnieniem i rozszerzeniem badań terenowych mogą być badania na symulowanych modelach powierzchni terenu generowanych za pomocą komputera. Poniżej przedstawiono wyniki dotychczasowych badań przeprowadzonych w tym zakresie.

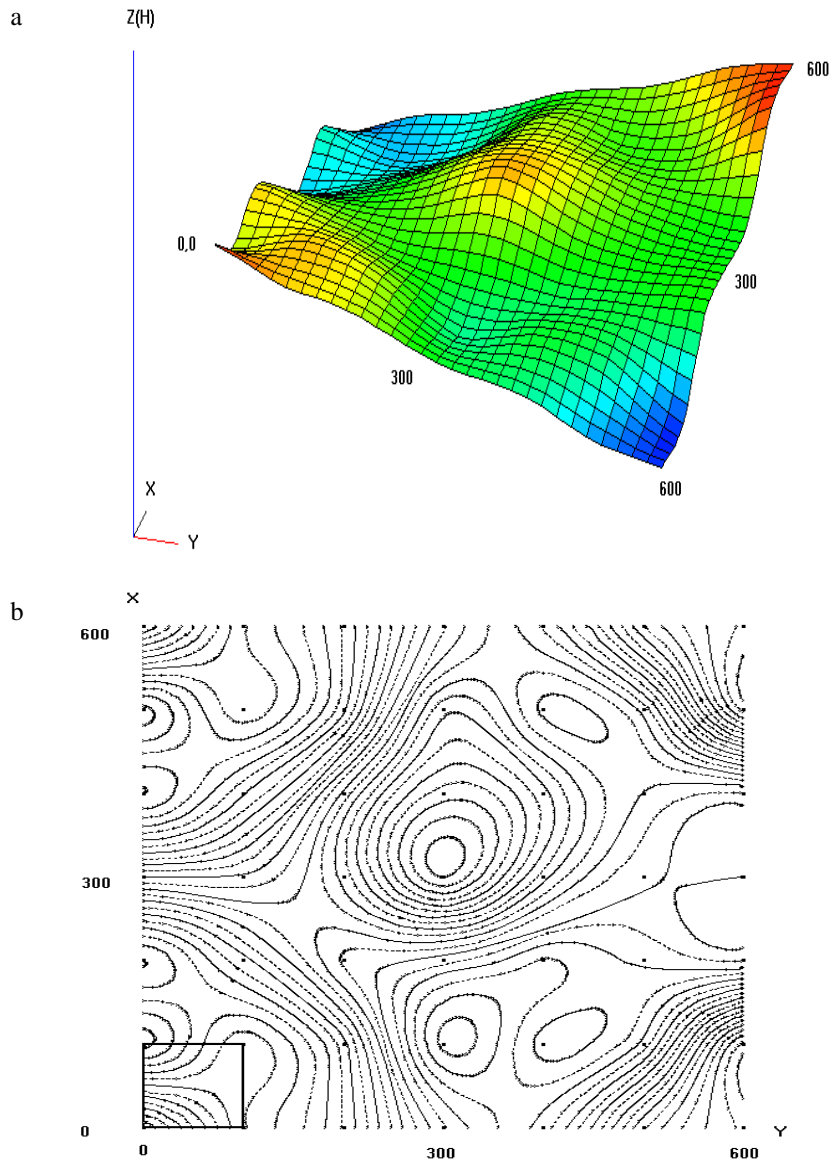
Na potrzeby prowadzonych badań opracowano równanie matematyczne $Z(H) = f(X, Y)$, przedstawiające powierzchnię o dość zróżnicowanych, ale jednostajnych stokach, której średni kąt nachylenia α jest równy około 2^G . Tworząc równanie matematyczne tej powierzchni, starano się przybliżyć jej ogólny kształt do naturalnej powierzchni terenu na wspomnianych wyżej obiektach doświadczalnych. Na podstawie równania obliczono siatki punktów (x, y, z) o gęstości co 100, 50 oraz 25 m, na podstawie których wygenerowano następnie cyfrowe obrazy powierzchni obiektu. Obraz wygenerowanej powierzchni obiektu eksperymentalnego na siatce punktów o gęstości co 100 m przedstawiono na rysunku 1.

Należy zauważyć, że wygenerowane powierzchnie nie zawierają jednak elementów naturalnej chropowatości powierzchni terenu. Uwzględnienie tej chropowatości tak, żeby generowana powierzchnia przedstawiała ciągły obraz powierzchni obiektu naturalnego okazało się dość trudne. Ewentualne rozwiązanie tego problemu na drodze statystycznej uznano za niecelowe, po-

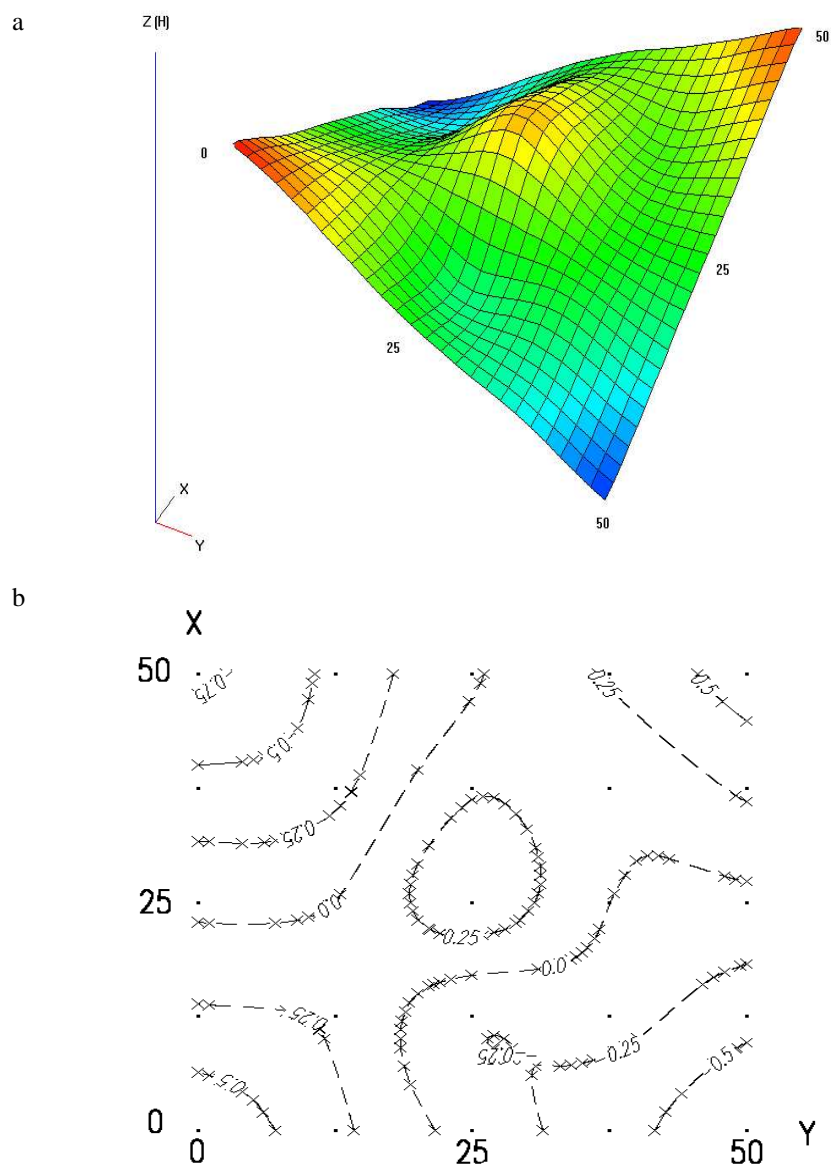
nieważ z teorii geostatystyki, obejmującej zagadnienia geologii oraz geomorfologii, wynika, że w przypadku powierzchni terenu zróżnicowanie wartości zmiennych przestrzennych z reguły jest duże, a metody statystyczne ignorują strukturę przestrzeni. W związku z tym w celu rozwiązania tego problemu postanowiono wykorzystać założenia teorii fraktali. Benoit Mandelbrot (1982) zaproponował, by za fraktal uważać obiekt zbudowany z części podobnych do całości.

W związku z tym w niniejszych badaniach zastosowano następującą procedurę. Przez odpowiednie przeskalowanie powierzchni modelu całego obiektu przedstawionego na rysunku 1 otrzymano zróżnicowaną (chropowatą) powierzchnię części $(50 \times 50 \text{ m})$ obiektu eksperymentalnego, tworzącą fraktal, podobną do powierzchni całego obiektu i jednocześnie zbliżoną charakterem do powierzchni terenu na wspomnianych wyżej naturalnych obiektach doświadczalnych (rys. 2).

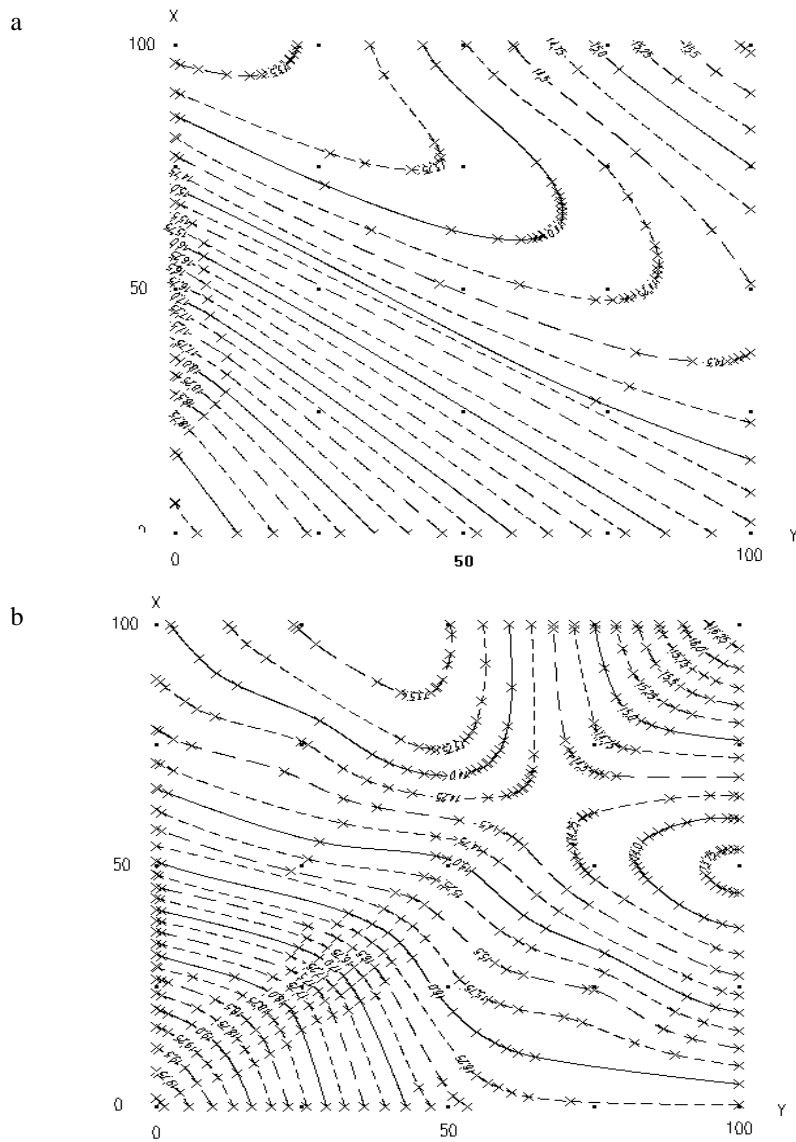
Następnie otrzymaną powierzchnię tworzącą fraktal (rys. 2) „dodano” do odpowiednich fragmentów powierzchni obiektu wygenerowanych według równania na podstawie siatki punktów o gęstości co 100, 50 oraz 25 m, otrzymując w ten sposób ciągły obraz powierzchni chropowatej dla całego obiektu eksperymentalnego (fraktala). Zilustrowano to na rysunku 3. Na rysunku 3a pokazano wybraną część $(100 \times 100 \text{ m})$ powierzchni obiektu bez fraktala (na rys. 1 ten fragment powierzchni został obwiedziony grubą linią), a na rysunku 3b pokazano tę samą część powierzchni obiektu po „dodaniu”



RYSUNEK 1. Model powierzchni obiektu eksperymentalnego (600×600 m): a – widok ogólny, b – mapa warstwicyowa
 FIGURE 1. Model of the surface of the experimental object (600×600 m): a – general view, b – contours map



RYSUNEK 2. Model powierzchni części (50 × 50 m) obiektu eksperymentalnego tworzącej fraktal:
 a – widok ogólny, b – mapa warstwicowa
 FIGURE 2. Model of part (50 × 50 m) of the surface of the experimental object creating the fractal:
 a – general view, b – contours map



RYSUNEK 3. Mapa warstwowa wybranej części (100×100 m) powierzchni: a – obiektu eksperymentalnego bez fraktala, b – z fraktalem
 FIGURE 3. Contours map of chosen part (100×100 m) of the surface: a – experimental object without the fractal, b – with the fractal

powierzchni chropowatej tworzącej fraktal.

Na tak zbudowanych powierzchniach modelu całego obiektu eksperymentalnego „pomierzono” (obliczono) wysokości (Z–H) siatek punktów odniesienia (punktów NMT) o różnej gęstości, np. NMT100 oznacza punkty o wysokościach „pomierzonych” w siatce co 100 m, NMT50 – punkty w siatce co 50 m itd.

Na podstawie „pomierzonych” siatek punktów NMT wygenerowano za pomocą pakietu C-GEO (interpolacja powierzchniowa z wykorzystaniem funkcji sklepanych) cyfrowe modele (CMT) powierzchni obiektu eksperymentalnego, które następnie poddano analizom. Poniżej przedstawiono wyniki analiz przeprowadzonych dla cyfrowych modeli powierzchni obiektu eksperymentalnego wygenerowanych na podstawie siatek punktów odniesienia o gęstości co 100, 50 oraz 25 m.

Dokładność aproksymacji powierzchni obiektu eksperymentalnego określoną dla każdego z wygenerowanych CMT scharakteryzowano za pomocą błędu średniego (odchylenia standardowego) obliczonego według formuły:

$$m_h = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{n}}$$

gdzie:

v – różnice między wysokościami Z(H) tych samych punktów powierzchni obiektu eksperymentalnego, raz „pomierzonymi” na matematycznym modelu powierzchni obiektu, a drugi raz obliczonymi na podstawie CMT tej powierzchni, wygenerowanego za pomocą

pakietu C-GEO na podstawie siatek punktów o różnej gęstości,

n – liczba porównywanych punktów powierzchni obiektu eksperymentalnego.

Otrzymano następujące wartości błędów średnich (m_h) charakteryzujących dokładność cyfrowej aproksymacji powierzchni obiektu dla poszczególnych siatek NMT o różnej gęstości:

NMT100 \pm 0,75 m

NMT50 \pm 0,24 m

NMT25 \pm 0,15 m

Histogramy rozkładu błędów v dla NMT50 oraz NMT25 przedstawiono na rysunku 4.

Należy zauważyć, że otrzymano dobrą zgodność z wynikami oceny dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu m_h otrzymanymi na podstawie badań przeprowadzonych na cytowanych już naturalnych obiektach doświadczalnych i obliczonymi według podanej wyżej formuły (Wysocki 2000a):

NMT100 \pm 0,68 m

NMT50 \pm 0,34 m

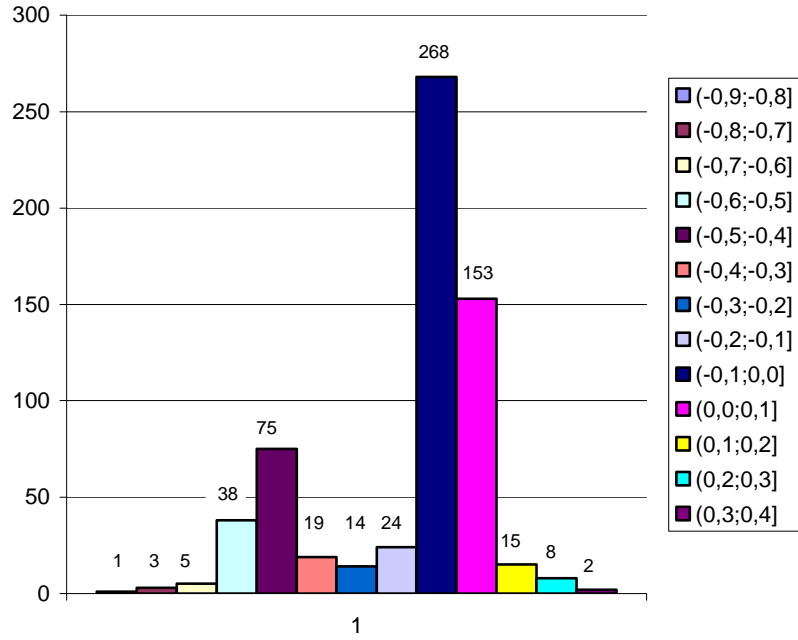
NMT25 \pm 0,17 m

Otrzymane wyniki wskazują na uzyskaną poprawność zbudowanego matematycznie modelu powierzchni obiektu eksperymentalnego i w związku z tym na celowość kontynuowania badań w tym zakresie.

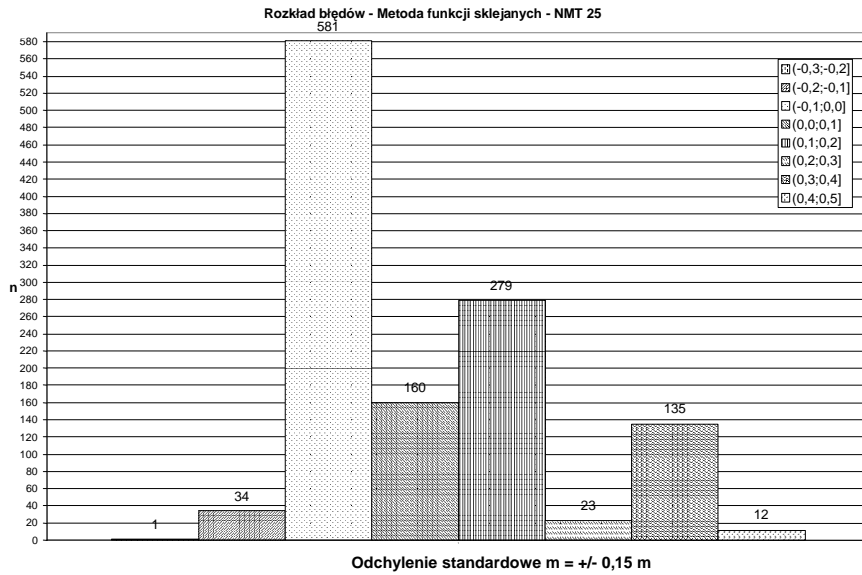
Podsumowanie

W zagadnieniach badawczych i projektowych z zastosowaniem interaktywnych metod komputerowych dokładność

a



b



RYSUNEK 4. Rozkład błędów v: a – NMT50, b – NMT25

FIGURE 4. Distribution of the errors v: a – DTM50, b – DTM25

aprosymacji powierzchni terenu za pomocą modeli numerycznych/cyfrowych będzie miała zasadnicze znaczenie. Użytkownicy tych modeli będą musieli mieć możliwość korzystania z metod pozwalających na prostą i szybką ocenę ich dokładności, podobnie jak dotychczas użytkownicy map warstwicznych. Jednak metody stosowane do oceny dokładności aproksymacji powierzchni terenu za pomocą linii warstwicznych wykorzystują najczęściej jako podstawowy parametr tej oceny wartość zasadniczego cięcia warstwiczowego na danej mapie. W metodach NMT ma miejsce inna geneza cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu, i do niej w związku z tym muszą być dostosowane metody oceny dokładności tej aproksymacji.

W pracy przedstawiono opracowaną metodę oceny dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni terenu na obiektach naturalnych oraz wyniki badań eksperymentalnych dla symulowanych modeli powierzchni terenu generowanych za pomocą komputera. Uwzględnienie chropowatości generowanej powierzchni tak, żeby przedstawiała ciągły obraz powierzchni jak najbardziej zbliżonej do naturalnej powierzchni terenu, okazało się dość trudne. Ewentualne rozwiązanie tego problemu na drodze statystycznej uznano za niecelowe, ponieważ z teorii geostatystyki obejmującej zagadnienia geologii oraz geomorfologii wynika, że w przypadku powierzchni terenu zróżnicowanie wartości zmiennych przestrzennych z reguły jest duże, a metody statystyczne ignorują strukturę przestrzeni. W związku z tym w celu roz-

wiązania tego problemu wykorzystano założenia teorii fraktali.

Otrzymano dobrą zgodność w ocenie dokładności cyfrowej aproksymacji powierzchni dla symulowanych modeli powierzchni terenu generowanych za pomocą komputera z wynikami badań na naturalnych obiektach doświadczalnych. Wskazuje to na uzyskaną poprawność zbudowanego matematycznie modelu powierzchni obiektu eksperymentalnego i w związku z tym na celowość kontynuowania badań w tym zakresie. Badania takie mogą być dobrym uzupełnieniem i rozszerzeniem badań terenowych, a ich istotną zaletą są nieduże koszty w porównaniu z badaniami na obiektach naturalnych.

Literatura

- ACKERMANN F. 1980: The accuracy of digital terrain models. Proc. of 37th Photogrammetric Week. University of Stuttgart. Stuttgart.
- CLAUSS S. 1963: Untersuchungen über Bodenrauhigkeit und Kleinstformen. *Vermesst.* 10.
- FINSTERWALDER R. 1957: Photogrammetrische Hohenschichtlinien. *Z. Vermessungswesen* 10.
- FREDRIKSEN P., JACOBI O., KUBIK K. 1986: Optimum sampling spacing in digital terrain models. *Ibid.* 23.
- GAŹDZICKI J. 1975: Informatyka w geodezji i kartografii. PPWK, Warszawa.
- GAŹDZICKI J. 1990: Systemy informacji przestrzennej. PPWK, Warszawa.
- KRAUS K., 1971: Automatische Berechnung des digitale Höhenlinien. *Z. Vermessungsw.* 6.
- KURCZYŃSKI Z., PREUSS R. 2000: Podstawy fotogrametrii. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- LI ZNILIN 1993: Mathematical models of the accuracy of digital terrain model surface linearly constructed from square gridded data. *Photogrammetric Record* 14 (82).

- MANDELBROT B.B. 1982: The fractal geometry of nature. W.H. Freeman and Co., New York.
- PIASEK Z., MILBERT S., PIERZCHAŁA H. 1981: Przegląd numerycznych modeli terenu. *Zesz. Nauk. AGH, Geodez.* 62.
- SCHUT G.H. 1976: Review of interpolation methods for digital terrain models. XIIth Congress of the International Society for Photogrammetry, Helsinki.
- SIERBIENIUK G.H. i inni 1990: Metody modelowania geopoliej po danych w nieregularno rozłożonych toczkach. *Geodezja i Kartografia.* 11.
- SUNKEL K., 1980: General Surface representation Model Designeg for Geodesy. The Ohio State University, Raport No 292.
- WYSOCKI J. 1977 : Ocena dokładności fotogrametrycznych opracowań wysokościowych i analiza możliwości ich wykorzystania dla potrzeb wodnomelioracyjnych. *Zeszyty Naukowe SGGW-AR, Melioracje Rolne,* 16.
- WYSOCKI J. 1979: Analiza dokładności opracowań warstwicznych do projektowania drenowania użytków rolnych. *Zesz. Nauk. SGGW-AR, Melioracje Rolne* 18.
- WYSOCKI J. 1981: Comparative analysis of chosen methods of testing contour lines. *Ann. Warsaw Agricult. Univ. SGGW, Land Reclam.* 19.
- WYSOCKI J. 1984: Wykorzystanie zdjęć lotniczych i metod stereofotogrametrycznych dla potrzeb wodnomelioracyjnych. *Przegląd Geodezyjny* 5.
- WYSOCKI J. 1985: O dokładności map warstwicznych przy cięciu równym 0,25 m. *Przegl. Geodez.* 4–5.
- WYSOCKI J. 1987: Problemy dokładności nowoczesnych technik opracowania wielkoskalowych map warstwicznych pod kątem potrzeb wodnomelioracyjnych. Wydawnictwo SGGW-AR, Warszawa.
- WYSOCKI J. 1995: Porównanie dokładności wybranych metod komputerowych i analogowych wielkoskalowych opracowań warstwicznych. *Przegląd Geodezyjny* 5.
- WYSOCKI J. 1997: On the approximation of the land surface in the computerised methods of working out contour lines. *Ann. Warsaw Agricult. Univ. SGGW, Land Reclam.* 28.
- WYSOCKI J. 1998a: Numeryczny model terenu (NMT) jako baza danych dla przestrzennego urządzania zlewni i potrzeb konstrukcji inżynierskich. *Mat. Konf. PAN, SGGW, Warszawa.*
- WYSOCKI J. 1998b: Zagadnienie dokładności numerycznej aproksymacji powierzchni terenu przy pomocy (CMT) NMT. *Przegląd Geodezyjny* 3.
- WYSOCKI J. 1998c: Koncepcja metody „elektronicznego stolika” dla tworzenia *in situ* numerycznego modelu terenu oraz map warstwicznych. *Przegl. Nauk. Wydziału Inż. i KŚ SGGW* 14.
- WYSOCKI J. 1999a: Ocena dokładności numerycznego (cyfrowego) modelu powierzchni terenu (równinnego). *Mat. XIV Konf. KiZG na Wydz. Nieg., Mielno.*
- WYSOCKI J. 1999b: Metody GPS i możliwości ich zastosowania do tworzenia numerycznego modelu terenu (NMT) dla inżynierii środowiska. *Przegląd Naukowy Wydziału Inż. i KŚ SGGW* 17.
- WYSOCKI J. 1999c: Zagadnienie dokładności fotogrametrycznych opracowań wysokościowych. *Archiwum Fotogrametrii, Kartografii i Teledetekcji, Vol. 9, Kraków.*
- WYSOCKI J. 2000a: Geodezja z fotogrametrią dla inżynierii środowiska i budownictwa. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- WYSOCKI J. 2000b: Zagadnienie oceny dokładności aproksymacji powierzchni terenu przy pomocy modelu numerycznego (cyfrowego). *Przegląd Geodezyjny* 11.
- WYSOCKI J. 2003: Współczesne metody geodezyjne w zagadnieniu aproksymacji i obrazowania rzeźby terenu. *Konf. Kat. i Zakł. Geod. „Współczesna geodezja w rozwoju nauk technicznych, przyrodniczych i ekonomicznych”, Rogów.*
- WYSOCKI J. 2004: Dokładność aproksymacji powierzchni terenu w aspekcie badań modelowych. *Mat. Konf. „Geodezja – jej nauczanie i wykorzystanie w gospodarce”. Politechnika Warszawska, Warszawa.*

Summary

The accuracy of approximation of the land surface in the aspect of the experimental investigations. In the paper the methods of numerical approximation of the land surface are presented. The investigations prove that the methods of approxima-

tion which involve correlation between the terrain points having essential significance are presented also problem of estimation of the accuracy of approximation of the land surface and results of the investigation of accuracy of approximation of the land surface in the aspect of the digital computer models examination

The use of DTM methods allows fast incorporation of the data into the spatial

information systems (LIS/GIS) and their wide application for the civil and environmental engineering.

Author's address:

Jerzy Wysocki
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
Katedra Budownictwa i Geodezji
02-776 Warszawa, ul. Nowoursynowska 159
Poland