

**Zbigniew POPEK**

Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska SGGW  
Department of Hydraulic Engineering and Environmental Recultivation WAU

## **Określanie prędkości granicznych dla ruchu drobnodziarnistego rumowiska dennego w korycie laboratoryjnym z płaskim dnem**

### **Determination of critical velocities for fine-grained bed material in laboratory flume with flat bottom**

**Słowa kluczowe:** początek ruchu rumowiska wlezonego, prędkości graniczne

**Key words:** beginning of bedload movement, critical velocities

#### **Wprowadzenie**

Jednym z podstawowych zagadnień w badaniach procesów fluwialnych w korytach rzecznych jest określenie warunków, w których rozpoczyna się ruch ziaren materiału korytowego. Warunki te, nazywane granicznymi, można określać według kryterium naprężeń stycznych na dnie koryta albo prędkości przepływu przy dnie, średnich prędkości w pionie hydrometrycznym lub w całym przekroju poprzecznym. Wielkościami determinującymi przebieg zjawiska ruchu rumowiska wlezonego są naprężenia styczne, powstające na dnie w wyniku ruchu wody. Ze względów praktycznych często stosuje się kryterium prędkości granicznych, po-

nieważ w przeciwieństwie do naprężenia prędkość przepływu jest to wielkość mierzalna. Ruch ziaren rumowiska wlezonego powstaje wtedy, gdy napór hydrodynamiczny strug dennych jest większy od oporów wywołanych tarciem spoczynkowym ziaren. Wielkość naporu hydrodynamicznego zależy od wielkości i kształtu ziaren, ich wzajemnego ułożenia na dnie oraz od prędkości strug dennych. Dla rumowiska dennego o danej charakterystyce, zakładając określony rozkład prędkości, prędkość graniczną możemy wyrazić jako średnią prędkość w pionie hydrometrycznym. W korycie laboratoryjnym o przekroju prostokątnym głębokości wody są jednakowe. W takich warunkach zdecydowano się wyrazić prędkość graniczną jako średnią prędkość w części przekroju poprzecznego koryta, w której pole prędkości związane jest z oporami powstającymi na płaskim dnie, a zamiast głębokości wody brać pod uwagę promień hydrauliczny odnoszący się do

dna koryta, którego wielkość jest oczywiście uzależniona od wielkości tego pola.

Badania hydrauliczne (Marisch 2002, Michalik 2002) wykonano w korycie uchylnym z prostokątnym przekrojem poprzecznym, o szerokości dna 0,203 m i wysokości ścian bocznych 0,4 m. Materiał gruntowy był układany warstwą o miąższości 10 cm między dwoma poprzecznymi przegrodami na dnie, ograniczającymi odcinek pomiarowy długości 4,5 m, na którego końcu umieszczono osadnik przechwytyjący poruszające się ziarna piasku. Początek ruchu rumowiska określano na podstawie obserwacji zachowania się ziaren leżących na dnie odcinka pomiarowego i obserwacji osadnika, który

przed rozpoczęciem pomiaru był opróżniany. Warunki graniczne początku ruchu ziaren dla każdego materiału dennego były określane na podstawie od kilku do kilkunastu powtórzeń wykonanych w siedmiu seriach pomiarowych, oznaczonych odpowiednio do rodzaju badanego gruntu literami od A do G (tab. 1). Pełna charakterystyka badanych gruntów, a także opis metodyki pomiarów i opracowania ich wyników znajduje się w publikacji Popek i Marisch (2004). Poniżej omówiono jedynie najważniejsze procedury i równania wykorzystane do określania zależności między prędkością graniczną a promieniem hydraulicznym odnoszącym się do dna koryta.

TABELA 1. Charakterystyka uziarnienia gruntów aluwialnych wykorzystanych w badaniach laboratoryjnych (Michalik 2002, Popek i Marisch 2004)

TABLE 1. Granulation characteristics of alluvial materials used in laboratory experiments (Michalik 2002, Popek and Marisch 2004)

Parametr Parameter	Grunt aluwialny / Alluvial material						
	A	B	C	D	E	F	G <sup>1)</sup>
$d_{50}$ [mm]	0,20	0,26	0,38	0,41	1,20	1,70	0,70
$\sigma_g = \sqrt{\frac{d_{84}}{d_{16}}}$ <sup>2)</sup>	1,44	1,26	1,53	1,48	1,17	1,18	1,36
$\varepsilon = \frac{d_{95}}{d_5}$ <sup>3)</sup>	2,91	2,38	4,35	3,33	1,50	1,77	2,94
$C_d = \frac{d_{90}d_{10}}{d_{50}^2}$ <sup>4)</sup>	0,89	0,96	1,07	0,84	1,02	0,98	0,79

Uwagi / Notes:

<sup>1)</sup>Grunt aluwialny użyty w badaniach Michalik (2002).

Alluvial material used in Michalik (2002) experiments.

<sup>2)</sup>Geometryczne odchylenie standardowe krzywej przesiewu (Little i Mayer 1976).

Geometrical standard deviation of sieve curve (Little and Mayer 1976).

<sup>3)</sup>Wskaźnik różnoziarnistości według Knoroza (Dąbkowski i in. 1982).

Grains differential index after Knoroz (Dąbkowski et al. 1982).

<sup>4)</sup>Wskaźnik jednorodności (cecha dominacji) według Kollisa (Skibiński 1976).

Dominant characteristic after Kollis (Skibiński 1976).

## Metodyka określania parametrów przepływu

W tabeli 2 podano liczbę pomiarów wykonanych w każdej serii oraz zakresy wartości zmierzonych: natężenia przepływu ( $Q$ ), głębokości wody ( $h$ ), spadku hydraulicznego ( $J$ ), temperatury wody ( $T$ ), a także określonych na podstawie wyników pomiarów średnich prędkości ( $V$ ) w przekroju poprzecznym i liczby Reynoldsa ( $Re$ ). Badania przeprowadzono w korycie o przekroju prostokątnym, w którym ścianki były wykonane z pleksiglasu, natomiast na dnie ułożono badany grunt o znanej charakterystyce uziarnienia. Ze względu na zróżnicowaną szorstkość obwodu zwilżonego przyjęto założenie Einsteina-Hortona (Mertens 1999, Kubrak i Nachlik 2003), zgodnie z którym średnie prędkości ( $V_i$ ) w poszczególnych częściach przekroju poprzecznego, tj. kształtowane przez

opory powstające na obwodach cząstkowych o jednakowej chropowatości, są równe średniej prędkości ( $V$ ) w całym przekroju poprzecznym koryta. Jeżeli przyjmiemy, że obie ścianki koryta mają jednakową chropowatość, to przekrój poprzeczny możemy podzielić na dwie części odnoszące się odpowiednio do ścianek koryta i dna koryta. W obu tych częściach spełnione są następujące zależności:

- prędkości średnie w poszczególnych częściach przekroju:

$$V = V_s = V_d \quad (1)$$

- powierzchnia przekroju poprzecznego:

$$A = 2A_s + A_d \quad (2)$$

- promienie hydrauliczne:

$$R = \frac{A}{O}, R_s = \frac{A_s}{h}, R_d = \frac{A_d}{B} \quad (3)$$

TABELA 2. Liczba i zakres pomiarów laboratoryjnych (Michalik 2002, Popek i Marisch 2004)  
TABLE 2. The number and range of laboratory measurements (Michalik 2002, Popek and Marisch 2004)

Seria Serie	Liczba pomiarów Number of runs	Zakres pomiarów / Range of measurements					
		$Q \cdot 10^{-3}$ [m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> ]	$h \cdot 10^{-2}$ [m]	$J$ [%]	$T$ [°C]	$V$ [m·s <sup>-1</sup> ]	$Re \cdot 10^4$
A	9	2,07 – 6,59	3,50 – 10,3	0,57 – 1,33	17,7 – 19,6	0,285 – 0,347	2,98 – 6,06
B	5	1,53 – 6,51	2,78 – 10,5	0,64 – 1,26	18,4 – 19,2	0,256 – 0,305	2,82 – 6,00
C	10	2,07 – 7,54	3,50 – 11,5	0,75 – 2,02	13,7 – 14,8	0,291 – 0,350	2,62 – 5,85
D	7	2,60 – 6,55	4,23 – 10,2	0,67 – 1,61	11,6 – 11,7	0,303 – 0,332	2,89 – 5,27
E	10	2,09 – 7,52	3,34 – 11,8	0,78 – 2,30	13,9 – 14,3	0,308 – 0,359	2,64 – 6,32
F	12	2,62 – 7,04	2,89 – 7,01	2,07 – 5,31	12,6 – 13,4	0,425 – 0,503	3,28 – 6,82
G <sup>1)</sup>	7	1,93 – 5,02	3,91 – 7,10	1,04 – 2,41	15,6	0,306 – 0,366	2,57 – 5,14

Uwaga / Note:

<sup>1)</sup> Pomiary wykonane przez Michalik (2002).

Measurements carried out by Michalik (2002).

gdzie:

indeksy  $s, d$  – oznaczają odpowiednio parametry odnoszące się do ścianek i dna koryta,

$V$  – średnia prędkość przepływu [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ],

$A$  – powierzchnia przekroju poprzecznego [ $\text{m}^2$ ],

$R$  – promień hydrauliczny [m],

$O$  – obwód zwilżony [m],

$h$  – głębokość wody (napętnienie koryta w przekroju prostokątnym) [m],

$B$  – szerokość dna koryta [m].

Jeżeli średnią prędkość przepływu  $V$  wyrazimy zależnością Darcy'ego-Weisbacha:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \sqrt{8gRJ} \quad (4)$$

to zgodnie z równaniem (1) dla poszczególnych powierzchni cząstkowych otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \sqrt{8gRJ} &= \frac{1}{\sqrt{\lambda_s}} \sqrt{8gR_s J} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\lambda_d}} \sqrt{8gR_d J} \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie:

$\lambda$  – współczynnik oporu [–],

$g$  – przyspieszenie ziemskie [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ],

$J$  – spadek hydrauliczny [–].

Wartości współczynnika oporu  $\lambda$  można określać ze wzoru Colebrooka-White'a (Kubrak i Nachlik 2003), który w zakresie przepływu burzliwego, gdy liczba Reynoldsa  $\text{Re} > 25\,000$  ( $\text{Re} = 4RV/\nu$ ), dla koryt otwartych o zwartym przekroju poprzecznym ma postać:

$$\lambda = \left[ -2,0 \log \left( \frac{k_s}{14,84R} \right) \right]^{-2} \quad (6)$$

gdzie  $k_s$  – bezwzględna chropowatość powierzchni zwilżonej [m].

W korytach o zróżnicowanej szorstkości obwodu zwilżonego wartość współczynnika oporu ( $\lambda$ ) dla całego przekroju jest równa:

$$\lambda = \frac{\sum \lambda_i O_i}{O} \quad (7)$$

gdzie:

$\lambda_i$  – współczynnik oporu na wyodrębnionej powierzchni o bezwzględnej chropowatości  $k_{si}$ ,

$O_i$  – długość obwodu cząstkowego [m],

$O$  – całkowita długość obwodu zwilżonego [m].

Na podstawie badań tarowniczych koryta hydraulicznego wykonywanych w korycie pomiarowym bez materiału gruntowego stwierdzono, że bezwzględna jego chropowatość wynosi  $k_{ss} = 4,3 \cdot 10^{-4}$  m i tę wartość przyjęto za miarodajną dla ścianek koryta. Następnie, na podstawie wyznaczonych doświadczalnie wartości  $V, R$  i  $J$  dla warunków początku ruchu ziaren badanego materiału dennego, dla każdego pomiaru określono wartości parametrów odnoszących się do dna koryta, według następującej procedury obliczeniowej:

1. Z przekształconego równania (4) określano wartość  $\lambda$ .
2. Dla przyjętej wartości  $k_{ss}$  dla ścianek koryta, stosując metodę iteracyjną, dobierano wartości  $R_s$  w równaniu (6) tak, aby uzyskana wartość  $\lambda_s$ , po jej wstawieniu do wzoru (4), dała wartość  $V_s$ , spełniającą warunek (1), tj.  $V_s = V$ .
3. Z przekształcenia odpowiedniej zależności (3), dla znanych  $R_s$  i  $h$  obliczano powierzchnię  $A_s$ .

4. Z przekształconej zależności (2) obliczano powierzchnię ( $A_d$ ), a następnie  $R_d$  z odpowiedniego wzoru (3).
5. Na podstawie znanych wartości  $\lambda$  i  $\lambda_s$  z przekształconych wzorów (7) i (6) obliczano kolejno wartości  $\lambda_d$  i  $k_{sd}$  dla dna.
6. Na podstawie określonej wartości  $R_d$  obliczano prędkość dynamiczną ( $v_*$ ), a następnie liczbę Reynoldsa ( $Re_*$ ), stosując następujące zależności:

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_{gr}}{\rho}} = \sqrt{gR_d J} \quad (8)$$

$$Re_* = \frac{d_{50} v_*}{\nu} \quad (9)$$

gdzie:

$v_*$  – prędkość dynamiczna odnosząca się do dna koryta [ $m \cdot s^{-1}$ ],

$\tau_{gr}$  – graniczne naprężenie styczne na dnie [Pa],

$\rho$  – gęstość właściwa wody [ $kg \cdot m^{-3}$ ],

$Re_*$  – liczba Reynoldsa dla ziarna o średnicy  $d$  [–],

$d_{50}$  – przeciętna średnica zastępcza ziarna, która stanowi wraz z ziarnami mniejszymi 50% wagi próbki [m],

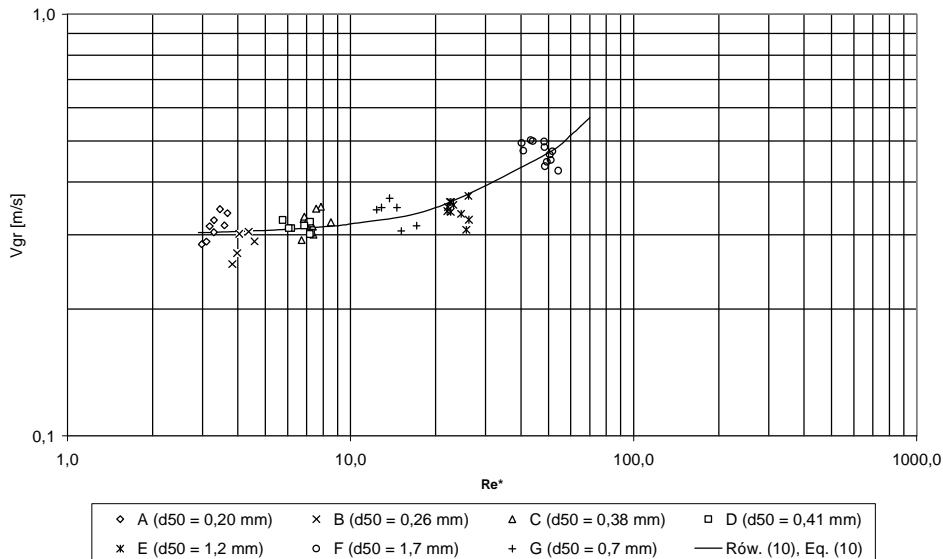
$\nu$  – współczynnik lepkości kinematycznej cieczy [ $m^2 \cdot s^{-1}$ ].

## Wyniki badań i dyskusja

Rysunek 1 przedstawia wartości prędkości granicznych ( $v_{gr}$ ) dla badanych piasków w zależności od wartości liczby Reynoldsa ( $Re_*$ ). Przebieg tej zależności opisuje równanie:

$$v_{gr} = 0,3 + 0,000763 Re_*^{1,38} \quad (10)$$

dla której współczynnik determinacji wynosi  $R^2 = 0,832$ . W dostępnej literaturze nie znaleziono odpowiednich danych umożliwiających porównanie tej zależności z wynikami badań innych autorów. Brak możliwości bezpośredniego porównania zależności (10) wynika stąd, że w badaniach własnych prędkość graniczną określono jako prędkość średnią w części przekroju związanej z oporami dna, a nie jako prędkość średnią w pionie – jak w przypadku znanych wyników badań obcych. Dlatego przy określaniu wartości  $Re_*$ , we wzorze (8) głębokość wody ( $h$ ) zastąpiono promieniem hydraulicznym dla dna ( $R_d$ ). W zastosowanej procedurze obliczeniowej uwzględniono zatem oddziaływanie ścianek koryta na pole prędkości przepływu. Pomiary własne były wykonane w stosunkowo wąskim korycie laboratoryjnym, w zakresie  $B/h = 1,7-7,3$ . Wpływ głębokości wody, szerokości koryta badawczego oraz grubości uziarnienia materiału dennego na wielkość prędkości granicznych analizował Bogardi (1974), który na podstawie wyników badań Neila i Stelczera stwierdził, że prędkości graniczne (dla gruntu o jednakowej średnicy ziaren) wzrastają wraz ze wzrostem głębokości wody. Z kolei szerokość koryta laboratoryjnego wpływa w ten sposób, że wraz z jego zmniejszaniem się wzrasta prędkość graniczna, przy czym wpływ ten jest tym mniejszy, im drobniejszy jest materiał denny. Wnioski z badań prowadzonych przez Bogardiego (1974) wskazują na konieczność uwzględniania



RYSUNEK 1. Zależność  $v_{gr} = f(Re_*)$  dla piasków aluwialnych o różnym uziarnieniu na podstawie wyników badań laboratoryjnych Marisch (2002) i Michalik (2002)  
 FIGURE 1. Relation  $v_{gr} = f(Re_*)$  for alluvial sands with different granulation on the base of laboratory measurement results of Marisch (2002) and Michalik (2002)

w badaniach prędkości granicznych wymiarów przekroju poprzecznego koryta ( $B/h$ ) i jednocześnie potwierdzają słuszność przyjętej w badaniach własnych procedury obliczeniowej, w której zamiast głębokości wody ( $h$ ) brano pod uwagę promień hydrauliczny ( $R_d$ ), a więc wielkość, która charakteryzuje wymiary i kształt przekroju poprzecznego.

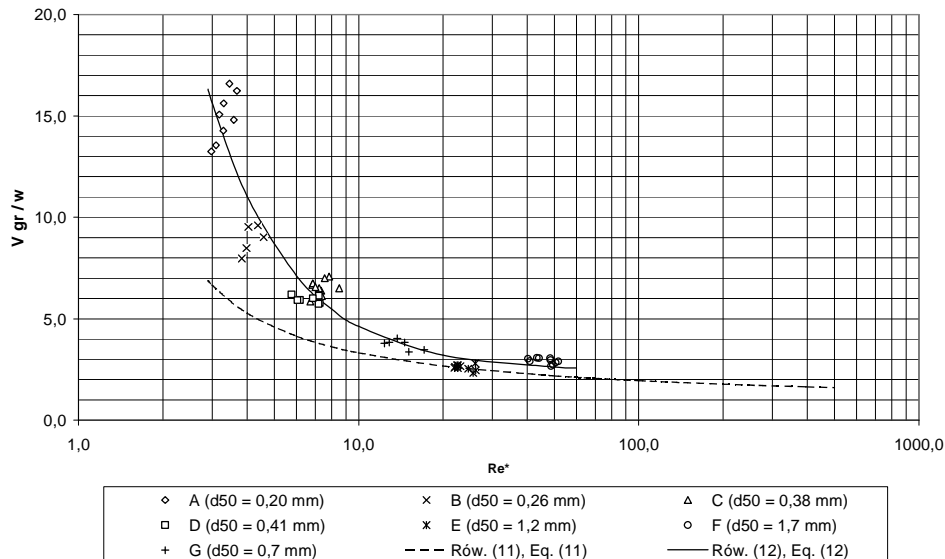
W celu porównania wyników badań własnych posłużono się zależnością wyrażoną przez Yunga (1996), który określił bezwymiarową prędkość graniczną w postaci:

$$\frac{v_{gr}}{w} = \frac{2,5}{\log Re_* - 0,06} + 0,66 \quad (11)$$

gdzie  $w$  jest prędkością opadania ziaren w wodzie stojącej, tzw. cechą hydrauliczną ziarna. Na rysunku 2 porównano wartości uzyskane według równania (11) z wynikami pomiarów własnych, opisanych równaniem korelacyjnym o współczynniku determinacji  $R^2 = 0,915$ :

$$\frac{v_{gr}}{w} = 2,42 + 67,9 Re_*^{-1,49} \quad (12)$$

Z wykresu pokazanego na rysunku 2 wyraźnie wynika, że dla grubszego materiału dennego wyniki badań własnych są bliskie, a nawet pokrywają się (grunt E) z wartościami obliczonymi równaniem (11), natomiast wraz ze zmniejszaniem się średnicy  $d_{50}$  wartości względnych prędkości granicznych



RYSUNEK 2. Zależność  $\frac{v_{gr}}{w} = f(Re_*)$  dla piasków aluwialnych o różnym uziarnieniu na podstawie wyników badań laboratoryjnych Marisch (2002) i Michalik (2002) oraz podana przez Yunga (1996)

FIGURE 2. Relation  $\frac{v_{gr}}{w} = f(Re_*)$  for alluvial sands with different granulation on the base of laboratory measurement results of Marisch (2002) and Michalik (2002) and given by Yung (1996)

wykazują znaczną rozbieżność. Powodem tego może być większa niejednorodności gruntów A–D i G w porównaniu do E i F (tab. 1). W gruntach niejednorodnych o odchyleniu standardowym krzywej przesiewu większym od 1,3 w wyniku wzajemnego klinowania się ziaren prędkości graniczne są większe niż dla gruntów jednorodnych o tej samej średnicy  $d_{50}$ . Inną przyczyną niezgodności wyników badań własnych i Yunga (1996) może być sposób określania prędkości opadania ziaren. Niestety w pracy Yunga brak jest informacji, w jaki sposób (według jakiej zależności) określana była prędkość opadania występująca w równaniu (11).

Wyniki badań własnych przedstawiono w zależności od prędkości opadania, określonej według wzoru Zhanga (Wu i Vieira 2002):

$$w = \sqrt{\left(13,95 \frac{v}{d}\right)^2 + 1,09(s-1)gd} - 13,95 \frac{v}{d} \quad (13)$$

gdzie  $s = \frac{\rho_r}{\rho}$  jest względną gęstością

materiału dennego ( $\rho_r$  i  $\rho$  – odpowiednio gęstość właściwa gruntu i wody w  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ). Wu i Vieira (2002) zalecają stosowanie równania (13) ze względu na szeroki zakres jego ważności, tj. w każdym reżimie opadania, i dla ziaren

o średnicach od  $d = 0,01$  mm do  $d \approx 10$  mm. Analizy porównawcze (Popek 2004) wykonane dla piasków o średnicach ziaren  $d_{50} = 0,25-2$  mm wykazały, że prędkości opadania obliczone równaniem (13) są obciążone najmniejszym błędem względnym w odniesieniu do prędkości opadania, określonych z uwzględnieniem współczynnika oporu ziaren naturalnych.

Na wykresie pokazanym na rysunku 3 przedstawiono zależność między  $R_d/d_{50}$  i graniczną wartością tzw. liczby ruchliwości (Mn – mobility number), którą można nazwać zmodyfikowaną liczbą Frouda wyznaczaną ze wzoru:

$$Mn = \frac{Fr_{gr}}{\sqrt{s-1}} = \frac{v_{gr}}{\sqrt{gR_d}} \quad (14)$$

Największą wartość współczynnika determinacji  $R^2 = 0,842$  uzyskano, wyrównując punkty z pomiarów własnych (rys. 3) następującym równaniem korelacyjnym:

$$Mn = 0,364 + 12,9 \left( \frac{R_d}{d_{50}} \right)^{-1,32} \quad (15)$$

Dla porównania na rysunku 3 pokazano również przebieg równań określonych przez Yalina (1977) i Bartnika (1992). Obaj autorzy analizowali związek między liczbami ruchliwości obliczonymi z zależności zaproponowanej przez Bogardiego (1974):

$$Mn = \frac{Fr_{gr}}{\sqrt{s-1}} = \frac{v_{gr}}{\sqrt{gh}} \quad (16)$$

a względną chropowatością dna  $h/d_{50}$ . Yalin (1977), na podstawie wyników badań laboratoryjnych i terenowych analizowanych wcześniej przez Bogardiego (1974), uzyskał następujące równanie:

$$Mn = 1,7 \left( \frac{h}{d_{50}} \right)^{-0,405} \quad (17)$$

ważne w przedziale  $\frac{h}{d_{50}} = 2-2000$  oraz

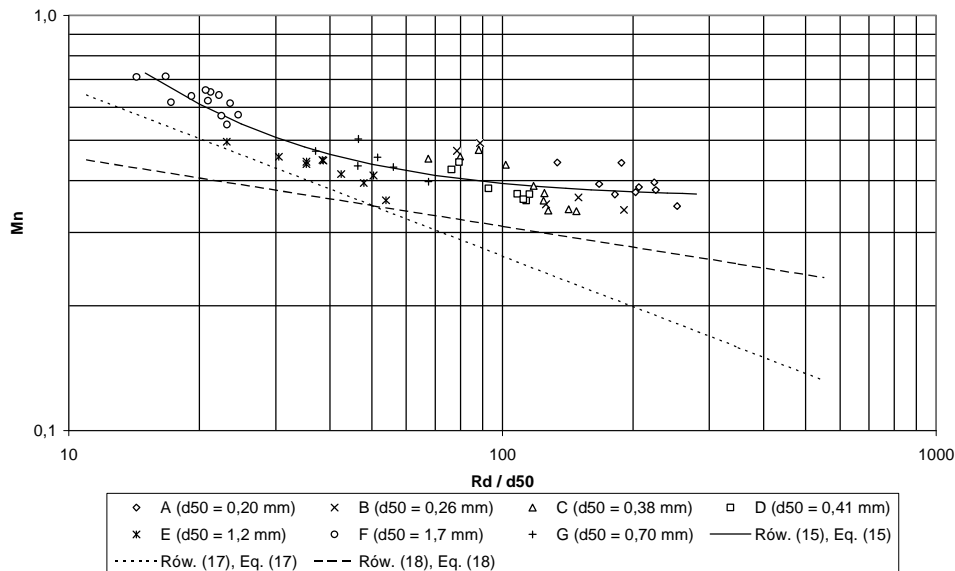
$$Mn = 0,07-1,1.$$

Na podstawie badań terenowych wykonanych na rzekach podkarpackich Bartnik (1992) zaproponował między innymi zależność dla drobnych piasków (autor nie podał zakresu średnic miarodajnych), którą można przedstawić w postaci następującego wyrażenia:

$$Mn = 0,668 \left( \frac{h}{d_{50}} \right)^{-\frac{1}{6}} \quad (18)$$

Wartości liczb ruchliwości otrzymane z równań (17) i (18) są mniejsze od określonych w badaniach własnych (rys. 3) – przyczyną tego może być zastąpienie głębokości wody ( $h$ ) w równaniu (16) przez promień hydrauliczny dla dna  $R_d$  – równanie (14), którego wartość jest zawsze mniejsza od napełnienia koryta. Warto również zauważyć, że punkty z pomiarów własnych wykonanych w seriach A–D i G (tj. z wykorzystaniem drobniejszych piasków) układają się na wykresie (rys. 3) mniej więcej równoległe do linii opisanej równaniem (17), natomiast wykonane w seriach E i F (piaski grube) – równoległe do przebiegu równania (16). Krzywa (15), wy-





RYSUNEK 3. Porównanie zależności  $Mn = f\left(\frac{R_d}{d_{50}}\right)$  dla piasków aluwialnych o różnym uziarnieniu na podstawie wyników badań laboratoryjnych Marisch (2002) i Michalik (2002) oraz podanych przez Yalina (1977) i Bartnika (1992)

FIGURE 3. Comparison of relation  $Mn = f\left(\frac{R_d}{d_{50}}\right)$  for alluvial sands with different granulation on the base of laboratory measurement results of Marisch (2002) and Michalik (2002) and given by Yalin (1977) and Bartnik (1992)

równująca wyniki pomiarów własnych, ma zmienny przebieg, odpowiadający przedstawionej wyżej charakterystyce.

### Podsumowanie

Na podstawie wyników badań laboratoryjnych uzyskano bardzo mocne związki korelacyjne w równaniach (10), (12) i (15) – współczynniki korelacji  $R > 0,9$ , pozwalające na określenie prędkości granicznej w warunkach początku ruchu materiału dennego. Prędkość graniczną zdefiniowano jako śred-

nią prędkość w części przekroju poprzecznego, w której strumień oddziałuje na dno koryta, a prędkość przepływu związana jest z oporami powstającymi na dnie. Pomiarów wykonano w korycie o przekroju prostokątnym z płaskim dnem rozmywalnym, w zakresie liczb Reynoldsa dla ziaren  $Re_* = 3-55$  oraz szorstkości względnej  $R_d/d_{50} = 14-250$  i  $B/h = 1,7-7,3$ . W badaniach zastosowano 7 rodzajów piasków aluwialnych (rzecznych) o różnej jednorodności i równomierności uziarnienia oraz o przeciętnej średnicy ziaren  $d_{50} = 0,20-1,7$  mm.

Na podstawie porównań można stwierdzić, że wyniki badań własnych są zbieżne z uzyskanymi przez innych autorów. Jeżeli uwzględnimy sposób określania liczby ruchliwości, którą w badaniach własnych obliczano według wzoru (14), zastępując głębokość ( $h$ ) wartością  $R_d$ , to można stwierdzić, że uzyskano dużą zgodność wyników badań własnych i uzyskanych przez Yalina (1977) i Bartnika (1992). Z kolei porównanie wyników badań własnych i Yunga (1996) wskazuje na występowanie pewnych rozbieżności dotyczących względnych prędkości granicznych dla piasków drobnoziarnistych. Powodem tego może być wartość prędkości opadania ziaren w wodzie stojącej ( $w$ ), którą w badaniach własnych określano według formuły Zhanga (13), natomiast Yung (1996) podaje, w jaki sposób określał tę prędkość.

## Literatura

- BARTNIK W. 1992: Hydraulika potoków i rzek górskich z dnem ruchomym. Początek ruchu rumowiska. *Zesz. Nauk. AR w Krakowie*, Rozpr. Nauk. 171.
- BOGARDI J. 1974: Sediment transport in alluvial streams. Akademiai Kiado, Budapest.
- DĄBKOWSKI Sz.L., SKIBIŃSKI J., ŻBIKOWSKI A. 1982: Hydrauliczne podstawy projektów wodnomelioracyjnych. PWRiL, Warszawa.
- KUBRAK J., NACHLIK E. 2003: Hydrauliczne podstawy obliczania przepustowości koryt rzecznych. Wydaw. SGGW, Warszawa.
- LITTLE W.C., MAYER P.G. 1976: Stability of channel beds by armoring. *Journal of the Hydraulic Division* 102, No HY 11: 1647–1661.
- MARISCH K. 2002: Badania naprężeń stycznych w gruntach niespoistych. Maszynopis pracy magisterskiej. Wydz. Inżynierii i Kształtowania Środowiska SGGW, Warszawa.
- MERTENS W. 1999: Basic calculations for open channels. Mat. "Course on sediment transport", SGGW, Warszawa.
- MICHALIK A. 2002: Prędkości nierozmywające i rozmywające w korytach rzecznych. Maszynopis pracy magisterskiej. Wydz. Inżynierii i Kształtowania Środowiska SGGW, Warszawa.
- POPEK Z., MARISCH K. 2004: Naprężenia graniczne w korycie otwartym z płaskim dnem piaszczystym. *Acta Scientiarum Polonorum – Architectura* 3 (1): 37–53.
- POPEK Z. 2004: Prędkość opadania ziaren piasków rzecznych. *Przegląd Naukowy Inżynieria i Kształtowanie Środowiska* 1(8): 13–23.
- SKIBIŃSKI J. 1976: Próba ilościowej oceny intensywności transportu rumowiska wleczzonego w rzekach środkowej Polski. *Rozprawy Naukowe* 74, Wydaw. SGGW, Warszawa.
- WU W., VIEIRA D. 2002: One-dimensional channel network model CCHE1D 3.0 – technical manual. Technical Report No NCCE-TR-2002-1. School of Engineering, University of Mississippi.
- YALIN M.S. 1977: Mechanics of sediment transport. Pergamon Press, Oxford.
- YUNG C.T. 1996: Sediment transport – theory and practice. McGraw-Hill Comp., New York.

## Summary

**Determination of critical velocities for fine-grained bed material in laboratory flume with flat bottom.** In this paper the results of laboratory investigation on the critical velocities for beginning of grain's movement of sandy materials are presented. Critical velocities have been determined for seven kinds of alluvial sand with different uniformity and regularity of granulation and mean grain diameter  $d_{50} = 0.20-1.7$  mm. The measurements, in steady uniform flow conditions in laboratory flume with rectangular cross-section and sandy bottom were carried out at variable bottom slopes and water depths. Measurements were carried

out in range  $Re_* = 3-55$ , relative roughness  $R_d/d_{50} = 14-250$  and cross-section concentration  $B/h = 1.7-7.3$ . Results of author's investigation shows similar relations to that one presented by Yalin (1977) and Bartnik (1992), as well as some differences in case of Yung's (1996) results.

**Author's address:**

Zbigniew Popek  
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego  
Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji  
Środowiska  
02-776 Warszawa, ul. Nowoursynowska 159  
Poland  
e-mail: popek@alpha.sggw.waw.pl