

Tomasz ROZBICKI, Katarzyna ROZBICKA

Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska SGGW Zakład Meteorologii i Klimatologii

Department of Hydraulic Engineering and Environmental Recultivation Division of Meteorology and Climatology

Porównanie wielomianu i funkcji Fouriera opisujących roczny przebieg temperatury i wilgotności powietrza w Ursynowie SGGW

Comparison of polynomial function and Fourier function for estimation of air temperature and humidity annual course in Ursynów WAU

Słowa kluczowe: temperatura powietrza, wilgotność powietrza, wielomian, funkcja Fouriera

Key words: air temperature, air humidity, polynomial function, Fourier function

Wprowadzenie

Funkcje matematyczne, statystyczne i fizyczne opisujące przebieg dowolnego zjawiska, np. elementu meteorologicznego, mają szerokie zastosowanie. Mogą służyć do różnego rodzaju opracowań klimatologicznych i agrometeorologicznych, umożliwiając uzupełnianie luk w danych pomiarowych, a także generowanie danych wyjściowych do modelowania meteorologicznego i klimatologicznego (Rozbicki i Rozbicka 2002). Przykładem zastosowania takich funkcji może być generowanie danych

w przypadku długoterminowych zmian klimatu, określania wartości dowolnego elementu meteorologicznego przy użyciu metod interpolacji, w ostatnich latach intensywnie rozwijanych w ramach systemów GIS (Górski 2004). Równania takie umożliwiają również korektę danych meteorologicznych dla wydzielonych jednostek topoklimatycznych w obrębie mezoklimatu. Celem niniejszego opracowania jest porównanie dwóch metod służących do wyznaczania funkcji opisujących roczny przebieg podstawowych elementów meteorologicznych – temperatury i wilgotności powietrza. W pracy wyznaczono i porównano przebiegi wyznaczone za pomocą wielomianu oraz funkcji harmonicznej Fouriera.

Material i metoda

Jako materiał badawczy przyjęto średnie miesięczne wartości temperatury powietrza, temperatury maksymalnej i minimalnej, amplitudy temperatury oraz ciśnienia pary wodnej, niedosytu wilgotności, a także wilgotności względnej pochodzące ze stacji meteorologicznej Ursynów SGGW z wielolecia 1961–1990. Z zakresu wilgotności względnej powietrza do analizy przyjęto dwa elementy – wartości średnie miesięczne oraz wartości średnie miesięczne z terminu południowego (z godz. 12 UTC). W warunkach klimatu Polski przestrzenny rozkład średniej wartości wilgotności względnej jest mało zróżnicowany. W przypadku wilgotności z terminu południowego zróżnicowanie to jest wyraźniejsze, dlatego też ten element jest dość często wykorzystywany przy charakterystyce warunków wilgotnościowych powietrza w Polsce.

W pierwszym przypadku założono, że funkcja opisująca roczny przebieg rozpatrywanego elementu będzie miała postać wielomianu n -tego stopnia:

$$y = a_0 + a_1m + a_2m^2 + \dots + a_nm^n \quad (1)$$

gdzie:

y – wartość elementu meteorologicznego,

a_0 – wyraz wolny wielomianu,

a_1, a_2, \dots, a_n – współczynniki przy kolejnych potęgach wielomianu,

m – numer miesiąca.

Aby dobór parametrów był najbardziej obiektywny, zaniechano wstępnej oceny stopnia wielomianu (np. wykorzystując analizę średnich konsekwentnych). Postać wielomianu, jego stopień,

wyraz wolny i współczynniki wyznaczono metodą doboru najlepszego równania regresji. Metoda ta pozwoliła na przebadanie wszystkich postaci funkcji i wybór takiej, która najlepiej opisuje przebieg badanego zjawiska. Przy wyznaczeniu parametrów wielomianu posłużono się pakietem programu „Statgraphics”.

Jako drugą przyjęto funkcję harmoniczną Fouriera postaci:

$$y = \bar{y} + a \cos[2\pi f(m + \varepsilon)] + b \sin[2\pi f(m + \varepsilon)] \quad (2)$$

gdzie:

\bar{y} – średnia wartość elementu meteorologicznego,

a – współczynnik przy funkcji cosinus,

b – współczynnik przy funkcji sinus,

f – częstotliwość,

ε – przesunięcie w fazie.

W przypadku rocznego okresu zmienności równego 12 miesięcy wartość częstotliwości $f = 0,08333$; argument funkcji trygonometrycznych przyjmuje wtedy postać $[0,5236(m + \varepsilon)]$.

Przy wyznaczeniu parametrów funkcji Fouriera posłużono się pakietem programu „Statistica” (Conrad i Pollack 1950, za Banaszkiewicz 2001).

Wyniki

Roczny przebieg temperatury i wilgotności powietrza w Ursynowie SGGW opisują następujące równania:

- dla temperatury średniej :

$$t = 2,24 - 9,36m + 4,653m^2 - 0,5698m^3 + 0,02045m^4 \quad (3.1)$$

$$t = 8,01 - 10,13\cos[0,5236(m-1,33)] + 1,662\sin [0,5236 (m - 1,33)] \quad (3.2)$$

- dla temperatury maksymalnej:

$$tx = 4,43 - 9,23m + 4,866m^2 + - 0,6007m^3 + 0,02147m^4 \quad (4.1)$$

$$tx = 12,05 - 11,58\cos[0,5236 \cdot (m - 1,33)] + 1,921\sin [0,5236 \cdot (m - 1,33)] \quad (4.2)$$

- dla temperatury minimalnej:

$$tn = 1,58 - 7,67m + 3,847m^2 + - 0,4668m^3 + 0,01665m^4 \quad (5.1)$$

$$tn = 4,00 - 8,46\cos[0,5236 \cdot (m - 1,33)] + 1,302\sin [0,5236 \cdot (m - 1,33)] \quad (5.2)$$

- dla amplitudy temperatury:

$$a = 6,01 - 1,56m + 1,020m^2 + - 0,1339m^3 + 0,00492m^4 \quad (6.1)$$

$$a = 8,06 - 2,498\cos[0,5236 \cdot (m - 1,00)] + 0,6188\sin [0,5236 \cdot (m - 1,00)] \quad (6.2)$$

- dla ciśnienia pary wodnej

$$e = 10,65 - 8,85m + 3,448m^2 + - 0,3976m^3 + 0,01402m^4 \quad (7.1)$$

$$e = 9,40 - 5,212\cos[0,5236 \cdot (m - 1,33)] + 0,5414 \cdot \sin [0,5236(m - 1,33)] \quad (7.2)$$

- dla niedosytu wilgotności

$$d = 3,81 - 4,61m + 1,984m^2 + - 0,2478m^3 + 0,00941m^4 \quad (8.1)$$

$$d = 3,25 - 2,869\cos[0,5236 \cdot (m - 1,00)] + 0,6745 \cdot \sin [0,5236 (m - 1,00)] \quad (8.2)$$

- dla wilgotności względnej

$$f = 83,1 + 1,42m - 2,015m^2 + + 0,3290m^3 - 0,01414m^4 \quad (9.1)$$

$$f = 78,5 + 5,609\cos[0,5236 \cdot (m - 0,67)] - 2,595\sin [0,5236 \cdot (m - 0,67)] \quad (9.2)$$

- dla wilgotności względnej z terminu południowego:

$$fp = 43,6 + 73,5m - 46,629 \cdot m^2 + 12,3372m^3 - 1,6278 \cdot m^4 + 0,1059m^5 - 0,0026962m^6 \quad (10.1)$$

$$fp = 69,6 + 12,64\cos[0,5236 \cdot (m - 0,75)] - 3,649\sin [0,5236 \cdot (m - 0,75)] \quad (10.2)$$

Prawie wszystkie wielomiany opisujące roczne przebiegi badanych elementów meteorologicznych są wielomianami czwartego stopnia. Wyjątek stanowi funkcja dla wilgotności powietrza z terminu południowego, która ma postać wielomianu stopnia szóstego (10.1). Inaczej niż dla wielomianów, w przypadku drugiej metody – funkcji Fouriera nie można już mówić o podobnej strukturze uzyskanych równań. W równaniach funkcji harmonicznej wartość parametru przesunięcia w fazie ε wynosi $-1,33$ dla temperatury średniej, maksymalnej i minimalnej; dla amplitudy temperatury $\varepsilon = -1$. W przypadku elementów wilgotności powietrza, dla ciśnienia pary wodnej $\varepsilon = -1,33$; dla niedosytu $\varepsilon = -1$, natomiast w przypadku średniej wilgotności względnej i wilgotności względnej z terminu południowego wartości te wynoszą odpowiednio $-0,67$ oraz $-0,75$.

Miarą dopasowania przebiegu rocznego poszczególnych elementów meteorologicznych wyznaczonych za pomocą obu rozpatrywanych funkcji do rzeczywistego przebiegu tych elementów może być współczynnik korelacji (R)

TABELA 1. Zestawienie wartości współczynników determinacji (R^2) uzyskanych dla wielomianów i równań funkcji Fouriera

TABLE 1. Determination coefficient values (R^2) for polynomial equations and Fourier functions

Element meteorologiczny Meteorological element	Symbol	Wielomian Polynomial	Funkcja Fouriera Fourier function
Temperatura średnia Mean air temperature	t	99,94	99,70
Temperatura maksymalna Maximum air temperature	tx	99,88	99,66
Temperatura minimalna Minimum air temperature	tn	99,83	99,14
Amplituda temperatury Amplitude of air temperature	a	96,39	94,83
Ciśnienie pary wodnej Vapor pressure	e	98,38	98,22
Niedosyt wilgotności Saturation deficit	d	99,37	97,24
Wilgotność względna Relative humidity	f	97,16	94,54
Wilgotność względna z terminu południowego Relative humidity at midday	fp	99,21	94,08

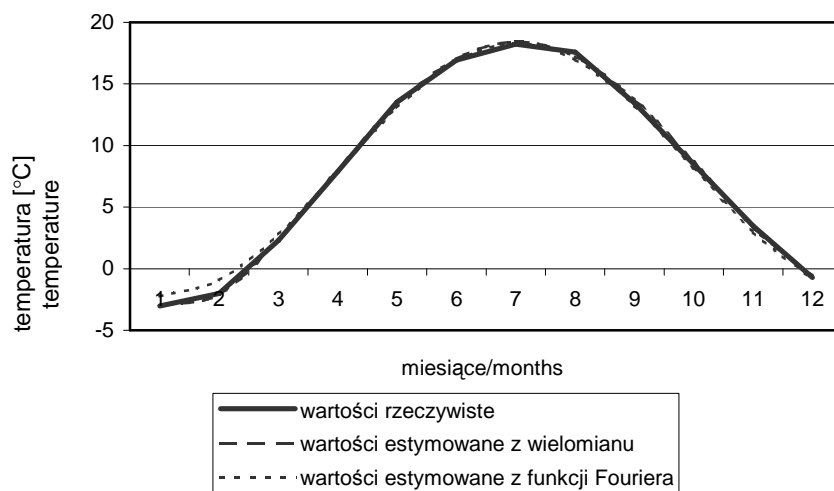
lub determinacji (R^2). Wartości tych współczynników zostały zestawione w tabeli 1 i jak widać w każdym przypadku wartości tych współczynników są bardzo duże. Dla trzech elementów temperatury powietrza (średniej, maksymalnej i minimalnej) są one większe niż 99%. Zauważa się jednocześnie, że w przypadku funkcji wielomianowej są one nieco większe i dotyczy to wszystkich elementów meteorologicznych. Analizując zestawione współczynniki determinacji dla wielomianów, można zauważyć, że dla amplitudy temperatury oraz dla wilgotności względnej są one nieco mniejsze od pozostałych. W przypadku funkcji Fouriera współczynniki dla amplitudy temperatury oraz dla wilgotności względnej (zarówno średniej, jak i wilgotności z terminu południowego)

wyraźniej odbiegają od pozostałych.

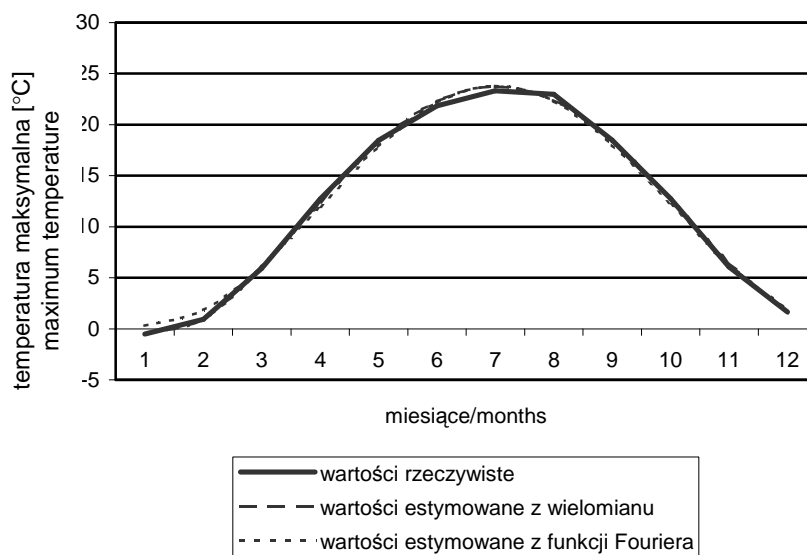
Wykresy przebiegów rocznych dla średniej temperatury, temperatury ekstremalnej, amplitudy, ciśnienia pary wodnej, niedosytu wilgotności oraz dla wilgotności względnej zostały przedstawione na rysunkach 1–8.

Podsumowanie

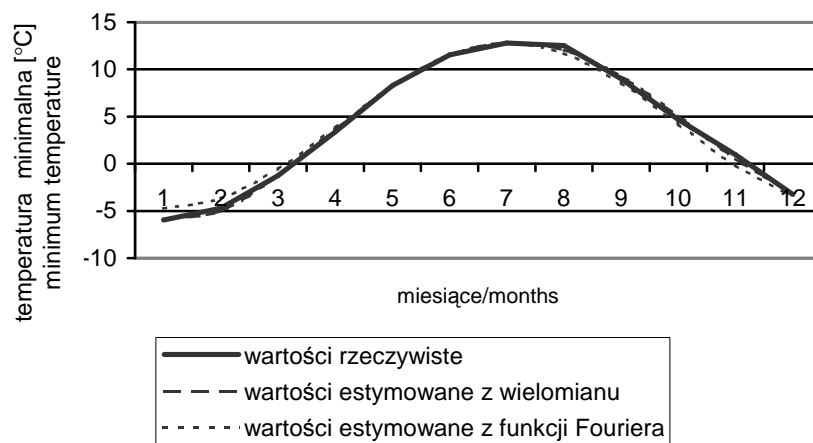
1. Obie badane metody – wielomian i funkcja harmoniczna Fouriera charakteryzują się bardzo dobrym dopasowaniem do rzeczywistego przebiegu elementów meteorologicznych. Mogą zatem obie być zalecane jako matematyczne modele opisujące roczny przebieg temperatury i wilgotności powietrza.



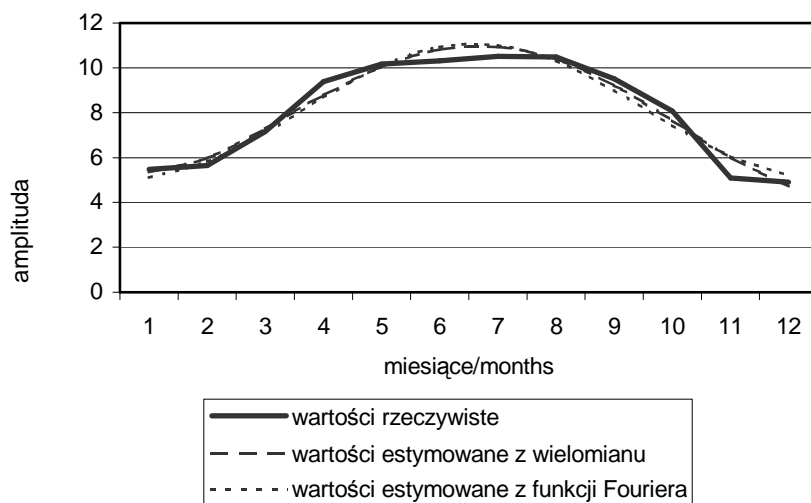
RYSUNEK 1. Przebieg średniej temperatury powietrza oraz przebiegi wyznaczone funkcją wielomianową i funkcją Fouriera w Ursynowie SGGW
 FIGURE 1. Course of mean air temperature and courses estimated by the use polynomial and Fourier functions in Ursynów WAU



RYSUNEK 2. Przebieg temperatury maksymalnej powietrza oraz przebiegi wyznaczone funkcją wielomianową i funkcją Fouriera
 FIGURE 2. Course of maximum air temperature and courses estimated by the use polynomial and Fourier functions



RYSUNEK 3. Przebieg temperatury minimalnej powietrza oraz przebiegi wyznaczone funkcją wielomianową i funkcją Fouriera
 FIGURE 3. Course of minimum air temperature and courses estimated by the use polynomial and Fourier functions



RYSUNEK 4. Przebieg amplitudy temperatury oraz przebiegi wyznaczone funkcją wielomianową i funkcją Fouriera
 FIGURE 4. Course of amplitude of air temperature and courses estimated by the use polynomial and Fourier functions

1. Współczynniki determinacji uzyskane dla wielomianów są nieco wyższe od współczynników uzyskanych dla funkcji Fouriera, zwłaszcza w odniesieniu do charakterystyk wilgotności powietrza. Można, zatem uznać, że dla odtworzenia przebiegu jakiegoś zjawiska (np. uzupełnienia luk w danych pomiarowych, wyznaczenia meteorologicznego okresu wegetacyjnego) należałoby skorzystać z funkcji wielomianowej.
2. Parametry używane w funkcji harmoniczej (współczynniki przy funkcjach sinus i cosinus oraz przesunięcie w fazie) mogą być wyrażone jako funkcje współrzędnych geograficznych; mogą też być korygowane ze względu na zróżnicowanie

topoklimatyczne. Korzystanie z funkcji harmoniczej Fouriera powinno być zalecane dla potrzeb interpolacji, sporządzania cyfrowych map klimatycznych i agroklimatycznych; generowania danych meteorologicznych w obszarach o specyficznych warunkach mikroklimatycznych i topoklimatycznych, w których nie jest możliwe uzyskanie bezpośrednich danych pomiarowych z reprezentatywnych stacji meteorologicznych. Dotyczy to zwłaszcza elementów temperatury powietrza.

Literatura

BANASZKIEWICZ B. 2001: Zmienność temperatury powietrza i opadów atmosferycznych i jej wpływ na plonowanie ziemniaków późnych w Polsce północnej. Część II. Przeg. Nauk. Wydz. Inż. i Kształtow. Środ. Z 21. Wyd. SGGW. Warszawa, s. 31-34.

CONRAD V., POLLACK L. W. 1950: Methods in climatology. Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts.

GÓRSKI T. 2004: Model temperatury średniej. Ref. Wygł. Na VI Ogólnopolskim Sympozjum „Klimat pola uprawnego” w Zamościu. Materiały Konferencyjne.

ROZBICKI T., ROZBICKA K. 2002: Modele sezonowego przebiegu parowania na stacji meteorologicznej Ursynów SGGW. Woda - Środowisko - Obszary Wiejskie. T 2, Z 1(4). Wyd. IMUZ. Falenty, s.187-195.

SMOLIK S. 2001: Związki statystyczne między podstawowymi czynnikami ekologicznymi. Ref. Wygł. Na XXIX Ogólnopolskim Zjeździe Agrometeorologów w Warszawie. Maszynopis.

Summary. Comparison of polynomial function and Fourier function for estimation of air temperature and humidity annual course in Ursynów. The aim of the paper is to compare two methods of estimation main meteorological elements annual course –

polynomial function and Fourier function.

Long-term mean monthly data of Ursynów

Warsaw Agricultural University meteorological station was used in the analysis: air

temperature, maximum and minimum air

temperature, amplitude of the temperature,

vapor pressure, saturation deficit and relative

humidity. Very high values of squared

correlation coefficients calculated for two

compared methods indicate that both poly-

nomial form of equation and Fourier function

may estimate annual course of air temper-

ature and humidity very good. It is noticed

that the coefficients for polynomial

equations are slightly better than for Fourier

functions, particularly for humidity elements.

Authors' address:

Tomasz Rozbicki, Katarzyna Rozbicka

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego

Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji

Środowiska

02-787 Warszawa, ul. Nowoursynowska

159

Poland